अनौपचारिक तथा वैकल्पिक शिक्षातर्फको

गणित

तह -३, (कक्षा ६-८)

भाग एक

सिकाइ सामग्री

गणित तह -३, (कक्षा ६-८) भाग एक सिकाइ सामग्री

नेपाल सरकार
शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय
शिक्षा तथा मानव स्रोत विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर

अनौपचारिक तथा वैकल्पिक शिक्षातर्फको

गणित

तह – ३ (कक्षा ६–८)

भाग एक

सिकाइ सामग्री

नेपाल सरकार
शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय
शिक्षा तथा मानव स्रोत विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर

प्रकाशक : नेपाल सरकार

शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय

शिक्षा तथा मानव स्रोत विकास केन्द्र

सानोठिमी, भक्तपुर

तह : तीन, भाग एक

प्रथम संस्करण : वि.सं. २०८०

हाम्रो भनाइ

सिकाइ शिक्षा र जीविकोपार्जनको मूल आधार हो । सिकारुमा अपेक्षित दक्षता विकास गर्न विभिन्न प्रकारका सिकाइ सामग्री आवश्यक पर्छन् । औपचारिक शिक्षामा पहुँच नपुगेका र विद्यालयबाहिर रहेका सिकारुलाई व्यावहारिक, समयसापेक्ष र गुणस्तरीय शिक्षाको अवसर दिने अनौपचारिक शिक्षातर्फ आधारभूत साक्षरता, गणितीय अवधारणा र सिप एवम् जीवनोपयोगी सिपको विकासको अवसर प्रदान गर्नु आवश्यक छ । आधारभूत शिक्षाको माध्यमबाट सिकारुले प्राकृतिक तथा सामाजिक वातावरणप्रति सचेत भई अनुशासन, सदाचार र स्वावलम्बनजस्ता सामाजिक एवम् चारित्रिक गुणको विकास गर्नुपर्छ । व्यक्तिको सिकाइले विज्ञान, वातावरण र सूचना प्रविधिसम्बन्धी आधारभूत ज्ञानको विकास गराई कला तथा सौन्दर्यप्रति अभिरुचि जगाउनुपर्छ । यस्तै जातजाति, धर्म, भाषा, संस्कृति, क्षेत्रप्रति सम्मान र समभावको विकास पनि आधारभूत शिक्षाका अपेक्षित पक्ष हुन् । देशप्रेम, राष्ट्रिय एकता, लोकतान्त्रिक मूल्यमान्यता तथा संस्कार सिकी व्यावहारिक जीवनमा प्रयोग गर्नु, सामाजिक गुणको विकास तथा नागरिक कर्तव्यप्रति सजगता अपनाउनु, स्तरअनुकूल व्यवहारकुशल सिपको प्रयोग गर्नु र दैनिक जीवनमा आइपर्ने व्यावहारिक समस्याको पहिचान गरी समाधानका उपायको खोजी गर्नुपनि आधारभूत तहको शिक्षाका आवश्यक पक्ष हुन् । यस पक्षलाई दृष्टिगत गरी भौगोलिक विकटता, गरिबी, जनचेतनाको कमीजस्ता कारणले औपचारिक शिक्षा लिन नसकेका तथा बिचैमा पढाइ छाडेका बालबालिका, युवायुवती तथा प्रौढलाई सिकाइमा पहुँच पुऱ्याउन अनौपचारिक तथा वैकल्पिक सिकाइका लागि सिकाइ सामग्री विकासको थालनी गरिएको छ । राष्ट्रिय पाठ्यक्रम प्रारूप र राष्ट्रिय योग्यता प्रारूपको मूल मर्मअनुरूप सिकारुका लागि मूल पाठ्यवस्तु र परिधीय पाठ्यवस्तु समावेश गरी सिकारुले आफ्नै प्रयत्नमा सिक्न सक्ने क्रियाकलाप समावेश गरी यो सिकाइ सामग्री विकास गरिएको छ । यसबाट औपचारिक शिक्षा लिईरहेका विद्यार्थीले समेत लाभ लिन सक्छन् ।

यो सामग्री अनौपचारिक तथा वैकल्पिक शिक्षातर्फ तह तीन भाग एकको रूपमा विकास गरिएको हो । यसलाई परीक्षण गरी प्राप्त सुझाव र पृष्ठपोषणका आधारमा आवश्यक परिमार्जन गरिँदै लगिने छ । यसको विकासमा केएर नेपाल र समुन्नत नेपालको प्राविधिक सहयोग रहेको छ । गणित विषयको यस सिकाइ सामग्रीको विकास श्री श्याम आचार्य र श्री अनुपमा शर्माले गर्नुभएको हो । यसको सम्पादन डा. गणेशप्रसाद भट्टराईबाट भएको हो । यसको लेआउट तथा डिजाइन दिपेश घिमिरेले गर्नुभएको हो । पुस्तकको विकासमा शिक्षा तथा मानव स्रोत विकास केन्द्रका महानिर्देशक श्री दीपक शर्मा, उपमहानिर्देशक श्री रुद्रप्रसाद अधिकारी, निर्देशक श्री निलकण्ठ ढकाल र शाखा अधिकृत श्री वैकुण्ठ आचार्यको विशेष योगदान रहेको छ । यस पुस्तकको विकास तथा परिमार्जन कार्यमा संलग्न सबैप्रति शिक्षा तथा मानव स्रोत विकास केन्द्र धन्यवाद प्रकट गर्छ ।

यो सिकाइ सामग्री निर्धारित सक्षमता विकासका लागि तयार गरिएकाले सहजीकरण र सिकाइ क्रियाकलापको योजना नभई सिकारुको सिकाइलाई सहयोग पुऱ्याउने सहयोगी साधन हो । यसका लागि यस सामग्रीलाई सिकारुको सिकाइमा सहयोग पुऱ्याउने एउटा महत्त्वपूर्ण आधारका रूपमा सिकाइकेन्द्रित, अनुभवकेन्द्रित, उद्देश्यमूलक, प्रयोगमुखी र आफैँले गरेर सिक्ने ढाँचामा विकास गरिएको छ । सिकाइ र सिकारुको जीवन्त अनुभवबिच तादात्म्य कायम गर्दै यसको सहज प्रयोग गर्न सिकारुबाट अभ्यास र खोजको अपेक्षा गरिएको छ । यस सामग्रीलाई अझ परिष्कृत पार्नका लागि सहजकर्ता, सिकारु, अभिभावक, बुद्धिजीवी एवम् सम्पूर्ण पाठकहरूको समेत विशेष भूमिका रहने हुँदा सम्बद्ध सबैको रचनात्मक सुझावका लागि शिक्षा तथा मानव स्रोत विकास केन्द्र हार्दिक अनुरोध गर्छ ।

वि.सं. २०८०

शिक्षा तथा मानव स्रोत विकास केन्द्र

सानोठिमी, भक्तपुर

विषयसूची

एकाइ 1

समूह (Setss)

पाठ: 1 समूहको परिचय (Introduction of Set)

हामीले घरमा आफ्ना सामान मिलाएर राख्दा उस्तै वस्तुलाई एक ठाउँमा राख्छौँ । जस्तैः किताब एक ठाउँमा, भान्साका सामान भान्सा कोठामा, पूजाका सामान पूजा कोठामा राख्छौँ । त्यसो किन गरेको होला ? के तपाईँ भन्न सक्नुहुन्छ ? यसरी उस्तै उस्तै वस्तु एकै ठाउँमा मिलाएर समूह बनाएर राख्नाले ती सामान चाहिएको बेला सजिलै पाउन सकिन्छ । तिनीहरू एकैठाउँमा राख्दा ती वस्तु सकिएको खण्डमा ल्याउन सकिन्छ । कुन सामान छ र कुन सामान छैन भनी पत्ता लगाउन सकिन्छ ।

किताबको समूह

भाँडाकुँडाको समूह

माथिका चित्रमा भाँडाकुँडालाई मिल्ने मिल्ने आकार र साइज हेरेर मिलाएर राखेको देख्नुहुन्छ । यसरी उस्तै उस्तै वस्तुलाई एकै ठाउँमा मिलाएर फरक फरक समूह बनाएर राखिएको छ । पहिलो चित्रमा सबै किताबको समूह छ भने दोस्रो चित्रमा धेरै समूह राखिएको छ । जस्तैः चम्चाको समूह, कचौराको समूह, प्लेटको समूह, गिलासको समूह । यसरी मिलाएर राख्ने कार्यलाई समूह निर्माण भनिन्छ ।

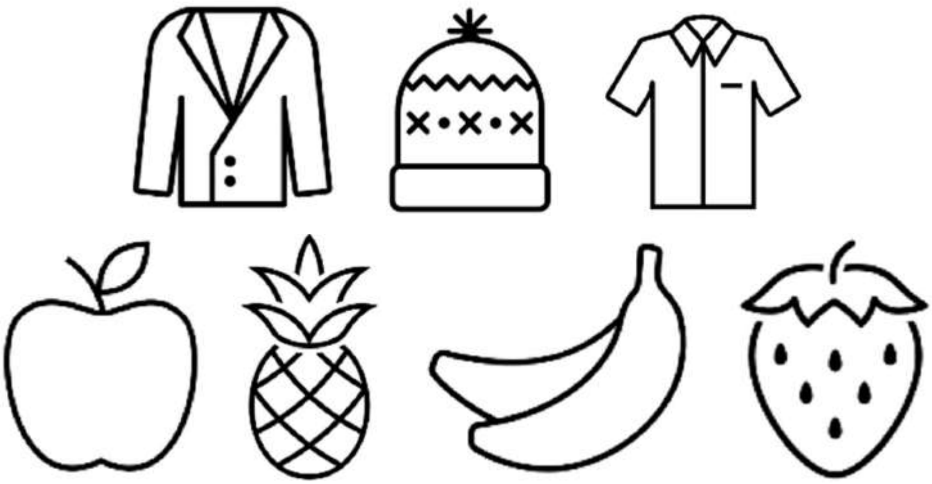
के अब भन्न सक्नुहुन्छ, समूह भनेको के हो ?

समूह (Sets) : समान गुण भएका वस्तुको सङ्कलनबाट समूह निर्माण गरिन्छ । समूह स्पष्टसँग परिभाषित वस्तुको सङ्कलन हो ।

(क) समूह निर्माण र सङ्केतीकरण (Construction of Sets and symbolization)

दिइएको अवस्थाको अध्ययन गरौँ :

मीरा पोखरामा बस्छिन् । उनले एकदिन बजारमा गएर केही सामान किनेर ल्याइन् । उनले किनेर ल्याएका सामानको एकएकओटा चित्र तल दिइएको छ :



उनले परिवारलाई ती सामान दुई समूहमा राखेर देखाइन् ।

ती समूह के के हुन् भन्न सक्नुहुन्छ ?

पहिलो समूह कपडाको समूह हो भने अर्को समूह फलफूलको समूह हो ।

गणितमा समूहलाई जनाउने छुट्टै तरिका छन् । ती तरिकाका बारेमा अब छलफल गरौँ :

(क) सूचीकरण विधि (Listing Method)

सूचीकरण विधिमा समूहलाई जनाउँदा समूहमा पर्ने वस्तुको नामलाई मझौला कोष्ठभित्र अल्पविराम (,) लगाएर लेखिन्छ । माथिको चित्रमा देखाइएका मीराले किनेका सामानको समूहलाई यसरी लेखिन्छ :

कपडाको समूह = {कोट, टोपी, कमिज}

फलफूलको समूह = {स्याउ, भुईँकटहर, स्ट्रबेरी}

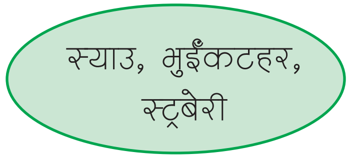
नोट : कपडाको समूहमा पर्ने सामान कोट, टोपी र कमिजलाई कपडाको समूहका सदस्य भनिन्छ । त्यसै गरी, फलफूलको समूहका सदस्य के के छन् ? लेख्नुहोस् ।

फलफूलको समूहका सदस्य : ....

(ख) चित्रात्मक विधि

भेनचित्र विधिमा समूहलाई गोलाकार घेराभित्र लेखिन्छ । भेनचित्र विधिबाट समूहलाई देखाएको हेरौँ :

कपडाको समूह



फलफूलको समूह

समूहको सङ्केत (symbol of a Sets)

समूहलाई जनाउने खास तरिका हुन्छन् । कपडाको समूह वा फलफूलको समूहलाई छोटकरीमा अङ्ग्रेजीका अक्षर प्रयोग गरी लेख्ने गरिन्छ । जस्तै : कपडालाई अङ्ग्रेजीमा Cloths भनिन्छ भने यसलाई जनाउन Cloths को पहिलो अक्षर C प्रयोग गर्न सकिन्छ । त्यसै गरी फलफूलाई Fruits भनिन्छ भने फलफूलको समूहलाई F ले जनाउन सकिन्छ । C र F बाहेक अन्य कुनै अङ्ग्रेजी अक्षरले पनि जनाउन त पाइन्छ तर पहिलो अक्षर प्रयोग गरियो भने सम्झिन र बुझ्न सहज हुन्छ । यसरी समूहको सङ्केतमा माथिका समूहलाई लेखौँ है त ?

⇨ C = {कोट, टोपी, कमिज}

⇨ F = {स्याउ, भुईँकटहर, स्ट्रबेरी}

अब केही समूह र समूहलाई जनाउने तरिकाका उदाहरण हेरौँ :

उदाहरण 1. रामले केही सङ्ख्या सेतोपाटीमा लेखेका छन् ।

⇨ उनले 1 देखि 10 सम्मका सङ्ख्या लेखेका छन् ।

⇨ यी सङ्ख्याबाट हामी धेरै समूह बनाउन सक्छौँ ।

ती समूहलाई अङ्ग्रेजी वर्णमालाका अक्षरले जनाई सूचीकरण विधिबाट लेखौँ ।

(क) गोलाकार चित्र विधिबाट समूहलाई जनाउने तरिका

माथिका समूहलाई गोलाकार चित्रमा देखाउँदा,

2, 4, 6, 8, 10	**1, 3, 5, 7, 9**
जोर सङ्ख्याको समूह	*बिजोर सङ्ख्याको समूह*
2, 3, 5, 7	**4, 6, 8, 9, 10**
रूढ सङ्ख्याको समूह	*संयुक्त सङ्ख्याको समूह*

(ख) सूचीकरण विधिबाट समूहलाई जनाउने तरिका

चरणहरू

चरण 1. समूहलाई कुन अक्षरले जनाउने हो, निश्चित गर्नुहोस् ।

चरण 2. समूहका सबै सदस्य के के हुन्, पहिचान गर्नुहोस् ।

चरण 3. सदस्यलाई मझौला कोष्ठ { } भित्र अल्पविराम (,) ले छुट्याएर लेख्नुहोस् ।

चरण 4. कुनै पनि सदस्यलाई नछुटाई नदोहोरिने गरी लेख्नुहोस् ।

अब, एक देखि 10 सम्मका सङ्ख्याबाट बन्ने समूहलाई सूचीकरण विधिबाट देखाउँदा :

(क) जोर सङ्ख्याको समूह, E = {2, 4, 6, 8, 10}

यहाँ समूह E का सदस्य पाँचओटा छन् । ती हुन् : 2, 4, 6, 8 र 10

(ख) बिजोर सङ्ख्याको समूह, O = {1, 3, 5, 7, 9}

यहाँ समूह O का सदस्य पाँचओटा छन् । ती हुन् : 1, 3, 5, 7 र 9

(ग) रूढ सङ्ख्याको समूह, P = {2, 3, 5, 7}

यहाँ समूह P का सदस्य चारओटा छन् । ती हुन् : 2, 3, 5 र 7

(घ) संयुक्त सङ्ख्याको समूह, C = {4, 6, 8, 9, 10}

यहाँ समूह C का सदस्य पाँचओटा छन् । ती हुन् : 4, 6, 8, 9 र 10

समूह हुन समूह स्पष्टसँग परिभाषित हुनुपर्छ । यो भनेको के हो ?

गणितमा वस्तुको सबै वस्तुको सङ्कलनलाई समूह भनिँदैन । समूह हुनका लागि वस्तुको सूची बनाउन स्पष्ट छुट्टिने गरी समूहलाई परिभाषित गरिनुपर्छ । केही उदाहरण हेरौँ :

(क) **राम्रा मानिसको समूह :** के तपाईं कस्ता मानिसलाई राम्रा मानिस भनिन्छ भनी १० जना मानिसको नाम दिइयो भने छुट्याउन सक्नुहुन्छ ? तपाईँले राम्रा भनेर छानेका मानिस अर्को मानिसलाई छान्न दिइयो भने उनै मानिस छान्न सक्छन् भन्ने स्पष्ट हुँदैन । त्यसैले राम्रा मानिसको समूह स्पष्टसँग परिभाषित नभएकाले राम्रा मानिसको समूह भन्ने हुँदैन ।

(ख) **बुद्धिमान् मानिसको समूह :** कति र के जान्नेलाई बुद्धिमान् भन्ने स्पष्ट हुँदैन । त्यसैले यो पनि समूह हुँदैन ।

(ग) **चार वर्ष उमेर पुगेका मानिसको समूह :** यो समूह हो किनभने उमेर कति भयो भनी गनेर स्पष्ट गर्न सकिन्छ । चार वर्ष पुगेका मानिसको सूची बनाएर देखाउन सकिन्छ । त्यसैले यो एउटा समूह हो ।

जस्तै : हरि 5 वर्ष, गोपाल 3 वर्ष, रिता 7 वर्ष, मोहन 10 वर्ष र गीता 1 वर्ष तपाईँलाई दिइयो भने समूह बनाएर देखाउन पक्कै सक्नुहुन्छ होला । यहाँ, समूह बनाइएको छ, हेर्नुहोस् :

चार वर्ष उमेर पुगेका मानिसको समूहलाई सूचीकरण विधिबाट देखाउँदा :

F = चार वर्ष उमेर पुगेका मानिसको समूह मान्दा,

F = {हरि, रिता, मोहन}

किनकि हरि 5 वर्ष, रिता 7 वर्ष र मोहन 10 वर्षका छन् । यी सबै 4 वर्ष पुगेका छन् । तर F का सदस्य गोपाल र गीता होइनन् किनभने उनीहरू 3 र 1 वर्षका छन् । ती दुवै जना 4 वर्ष पुगेका छैनन् ।

माथिका उदाहरणबाट समूहलाई जनाउने तरिका, समूहका सदस्य चिन्ने तरिका र सदस्यको सूची बनाउन सिक्नुभयो होला । अब अभ्यासमा दिइएका प्रश्नको जवाफ माथि छलफल गरिएका उदाहरणका आधारमा दिनुहोला ।

Discription Method: समूहलाई व्याख्या गरेर स्पष्ट पार्ने तरिकालाई व्याख्यात्मक विधि भनिन्छ ।

माथिको उदाहरणमा, F = {हरि, रिता, मोहन} लाई व्याख्या विधिबाट जनाउँदा,

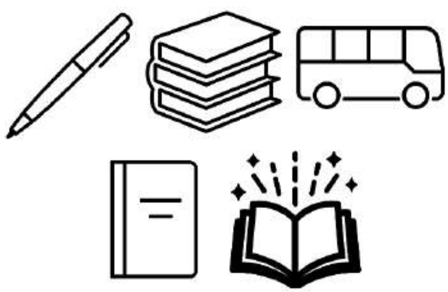
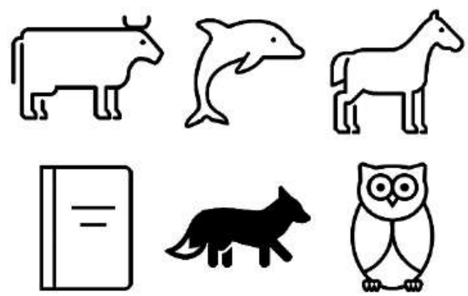
F = {चार वर्ष पुगेका मानिसको समूह} लेखिन्छ ।

यो व्याख्या विधि हो । व्याख्या विधिमा समूहलाई स्पष्टसँग परिभाषित हुने गरी वाक्यमा व्याख्या गरेर मझौला कोष्ठ {} मा लेखिन्छ ।

निष्कर्ष : स्पष्टसँग परिभाषित वस्तुको सङ्कलन नै समूह हो । समूहका सदस्यलाई मझौला कोष्ठभित्र अल्पविरामले जनाएर लेख्ने विधि सूचीकरण विधि हो । समूहलाई गोलाकार घेराभित्र पनि देखाउन सकिन्छ । जुन सङ्कलनका सदस्यलाई स्पष्टसँग परिभाषित र पहिचान गर्न सकिँदैन, त्यस्तो सङ्कलनबाट समूह बन्दैन । समूहलाई जनाउने धेरै तरिका छन् । सूचीकरण विधि, व्याख्या विधि, गोलाकार चित्र विधि आदि । यीबाहेक अरू विधि पनि छन् जुन माथिल्लो तहमा छलफल गरिने छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. समूहमा नपर्ने वस्तुलाई बेठिक चिह्न (✓) लगाउनुहोस् :

सिकाइका लागि प्रयोग हुने सामग्रीको समूह	सजीवको समूह
	

2. **तलको चित्रमा दुईओटा समूह दिइएको छ । ती समूहको नाम लेख्नुहोस् :**

....

3. **तलको चित्रबाट मिल्ने गुणका आधारमा दुईओटा समूह निर्माण गर्नुहोस् र सदस्यको नाम दिइएको मझौला कोष्ठभित्र लेख्नुहोस् :**

(क) चित्रमा जम्मा पाँच थरी फलफूल छन् । यी फलफूलको समूहलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्दा,

फलफूलको समूह, F = { स्याउ, भुईंकटहर, ..., ..., ...}

(ख) चित्रमा तीन थरी भाँडाकुँडा छन् । यसलाई सूचीकरण विधिबाट समूहमा लेख्दा,

भाँडाकुँडाको समूह, P = {................., ..., ...}

4. तलका समूहका सदस्यलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्नुहोस् । एउटा उदाहरण दिइएको छ :

(क) 20 भित्रका 3 ले निःशेष भाग जाने सङ्ख्याको समूह, T

उत्तर : 20 भित्रका 3 ले निःशेष भाग जाने सङ्ख्याको समूह, T = {3, 6, 9, 12, 15, 18}

(ख) 20 भित्रका 4 ले निःशेष भाग जाने सङ्ख्याको समूह, F

....

(ग) 30 भित्रका 5 ले निःशेष भाग जाने सङ्ख्याको समूह, D

....

(घ) 20 भित्रका विजोर सङ्ख्याको समूह, O

....

(ङ) 15 भित्रका जोर सङ्ख्याको समूह, E

....

(च) अङ्ग्रेजी वर्णमालाका वर्ण a, b, c, d, ... , z हुन् । यी वर्णमालामध्ये सुरुका चारओटा अक्षरको समूहलाई C ले जनाएर समूह बनाउनुहोस् :

....

5. तलका समूहका सदस्यलाई गोलो घेराभित्र लेख्नुहोस् र व्याख्या विधिबाट पनि जनाउनुहोस् । एउटा उदाहरण दिइएको छ :

(क) 10 सम्मका 2 ले निःशेष भाग जाने सङ्ख्याको समूह

उत्तर : **2, 4, 6, 8, 10**

व्याख्या विधिबाट जनाउँदा, T = {10 सम्मका 2 ले निःशेष भाग जाने सङ्ख्याको समूह}

(ख) 20 भित्रका 3 ले नि:शेष भाग जाने सङ्ख्याको समूह

व्याख्या विधिबाट जनाउँदा, ...

सूचीकरण विधिबाट जनाउँदा : ....

(ग) 24 सम्मका 4 ले नि:शेष भाग जाने सङ्ख्याको समूह

व्याख्या विधिबाट जनाउँदा, ...

सूचीकरण विधिबाट जनाउँदा : ....

6. सूचीकरण विधिबाट दिइएका समूह लेख्नुहोस् र ती समूहका सदस्य कतिओटा छन्, सङ्ख्या पनि लेख्नुहोस् :

(क) V = {अङ्ग्रेजी वर्णमालाका स्वरवर्णको समूह}

(ख) A = {13 सम्मका रूढ सङ्ख्या}

(ग) B = {2 भन्दा ठुला र 7 भन्दा साना गन्ती सङ्ख्या}

(घ) C = {5 ले नि:शेष भाग जाने 50 सम्मका सङ्ख्या}

परियोजना कार्य:

तपाईँको घर वरपर भएका कुनै 15 ओटा वस्तुको सूची तयार पार्नुहोस् । सोही वस्तुको सूचीबाट समान गुणका आधारमा फरक फरक समूहको निर्माण गर्नुहोस् । ती समूहलाई अवलोकन गरी तिनीहरूको नाम र सदस्यको सङ्ख्या लेख्नुहोस् ।

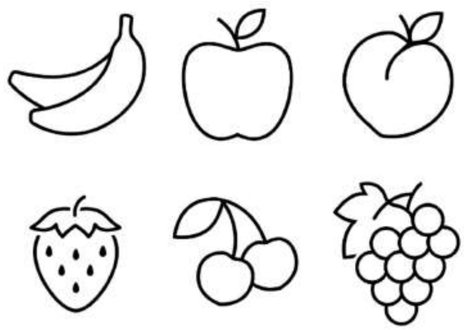
पाठ : 2 समूहका प्रकार (Type of Sets)

परिचय (Introduction)

समूहमा कति सदस्य छन् भन्ने आधारमा समूहका प्रकार छुट्याइन्छ । समूहमा कहिलेकाहीँ सदस्य सकिन्छन् भने त्यस्तो अवस्थामा खाली समूह बन्छ । एउटा मात्र सदस्य हुने समूह, गन्न सकिने सङ्ख्यामा भएका सदस्यको समूह, गन्न नसकिने सदस्यको सङ्ख्या भएको समूह, बराबर सङ्ख्यामा सदस्य भएका समूह जस्ता समूहका प्रकार यस पाठमा छलफल गर्ने छौँ ।

खाली समूह (Empty Set)

मोहनले बजारबाट केही फलफूल किनेर ल्यायो ।

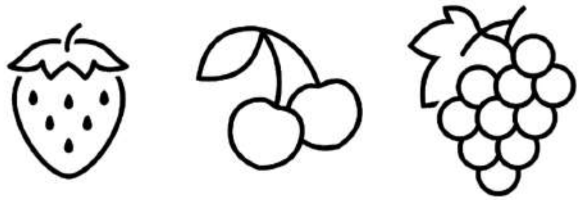


मोहनले ल्याएका फलफूलको समूह, F = {केरा, स्याउ, आरु, स्ट्रबेरी, चेरी, अङ्गुर} हो ।

मोहनले किनेर ल्याएका फलफूलको समूहमा नौओटा सदस्य छन् ।

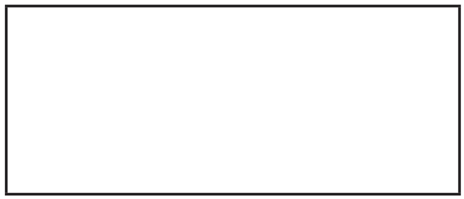
ती फलफूल आमाले बाँड्न थाल्नुभयो ।

पहिलो पटक केरा, स्याउ र आरु सबैले मिलेर खाए । अब बाँकी फलफूलको समूह तल दिइएको छ :



बाँकी फलफूलको समूह = {स्ट्रबेरी, चेरी र अङ्गुर}

फेरि, अर्को दिन ती तीनै थरीका फलफूल खाएर सकियो । अब फलफूलको समूह खाली भइसकेको छ ।



फलफूलको समूह

यहाँ फलफूलको समूहमा कुनै पनि सदस्य बाँकी छैनन् । यस्तो समूहलाई खाली समूह भनिन्छ । खाली समूहलाई $\varnothing$ वा { } लेखिन्छ । अतः

बाँकी रहेका फलफूलको समूह = { }

अथवा, बाँकी रहेका फलफूलको समूह = $\varnothing$

उदाहरण 1. तलका समूहमध्ये कुन समूह खाली समूह हुन्, छट्याउनुहोस् :

(क) नेपालमा भएका समुद्रको समूह

(ख) पृथ्वीमा भएका महासागरको समूह

(ग) पृथ्वीमा भएका महादेशको समूह

(घ) 2 ले निःशेष भाग जाने बिजोर सङ्ख्याको समूह

(ङ) तपाईंको घरमा भएका बाघको समूह

(च) जङ्गलमा भएका चराहरूको समूह

उत्तर :

माथिका उदाहरणमा (क), (घ) र (ङ) मा कुनै पनि सदस्य हुँदैनन् । त्यसैले ती समूह

खाली समूह हुन् । अरु कुनै पनि खाली सदस्य होइनन् । माथिका खाली सदस्यलाई {} वा $\varnothing$ ले जनाएर लेखौँ ।

(क) नेपालमा भएका समुद्रको समूह = $\varnothing$

(ख) पृथ्वीमा भएका महासागरको समूह : {प्रशान्त, हिन्द, अन्टार्क्टिक, आन्ध्र, आर्कटिक}

(ग) पृथ्वीमा भएका महादेशको समूह :

{एसिया, अफ्रिका, उत्तर अमेरिका, दक्षिण अमेरिका, अस्ट्रेलिया, युरोप}

(घ) 2 ले निःशेष भाग जाने बिजोर सङ्ख्याको समूह = $\varnothing$

(ङ) तपाईँको घरमा भएका बाघको समूह = $\varnothing$

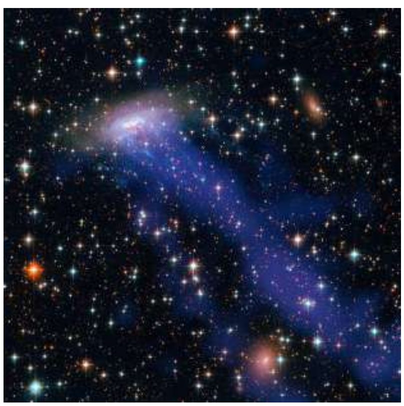
(च) जङ्गलमा भएका चराहरूको समूहमा धेरै सदस्य छन् । यो परिभाषित समूह हो । तर यसका सदस्य सबै हामीले भन्न र लेख्न सकिँदैन ।

खाली समूह (Empty sets)

समूहमा कुनै पनि सदस्य छैनन् भने त्यस्तो समूहलाई खाली समूह भनिन्छ । खाली समूहलाई $\varnothing$ वा { } ले जनाइन्छ ।

(क) सीमित समूह र असीमित समूह (Finite and Infinite Sets)

तल आकाशगङ्गाको चित्र देखाइएको छ :



आकाशगङ्गामा भएका ताराहरूको समूहलाई S ले जनाउन सकिन्छ । के S मा भएका सदस्यको सङ्ख्या कति छ तपाईँलाई थाहा छ ? के ताराहरू गणना गरेर पुरै सङ्ख्या

निकाल्न सकिन्छ ? विचार गर्नुहोस् ।

पक्कै पनि तपाईंले विचार गरिसक्नुभएको होला । आकाशगङ्गामा भएका ताराको सङ्ख्या सबै गन्न सकिँदैन । असङ्ख्य ताराहरू भएकाले ती ताराहरूको समूह असीमित समूह हो ।

अर्को उदाहरण हेरौँ :

तपाईंले आफ्नो कापीमा सङ्ख्या 1, 2, 3, गर्दै लेख्दै जानुभयो भने कतिसम्म लेख्दै जान सक्नुहुन्छ ? के तपाईंले अन्तिममा कुन सङ्ख्या आउँछ भन्न सक्नुहुन्छ ? पक्कै पनि कापीको अन्तमा आउने सङ्ख्या त भन्न सक्नुहोला तर त्यसपछि पनि अन्य सङ्ख्या पनि हुन्छन् । त्यसैले जति गने पनि गन्तीका सङ्ख्या सकिँदैन । यस्तो गन्तीका सङ्ख्याको समूहलाई N ले जनायौँ भने N पनि असीमित समूह हो ।

फेरि अर्को उदाहरण हेरौँ :

हरिले पनि आफ्नो कक्षाका सबै विद्यार्थी गणना गर्दा 36 जना रहेको पत्ता लगाए ।

तपाईं पनि आफ्नो कक्षामा भएका विद्यार्थीको सङ्ख्या गणना गर्नुहोस् । कति जना विद्यार्थी छन् ? पक्कै पनि तपाईंले अन्तिम सङ्ख्या भन्न सक्नुभयो होला ।

यसरी सङ्ख्या गणना गर्दा सदस्यको सङ्ख्या यत्ति नै भनी भन्न सकिन्छ भने त्यस्तो समूह सीमित समूह हो । हरि र तपाईंको कक्षाका विद्यार्थीहरूको सङ्ख्यालाई S ले जनाउन सकिन्छ । S एउटा सीमित समूह हो ।

असीमित समूहलाई जनाउने तरिका

A = {जोर सङ्ख्याको समूह}

यहाँ, जोर सङ्ख्या 2, 4, 6, 8, जतिसम्म लेख्दै जाँदा पनि अर्को जोर सङ्ख्या लेख्न सकिन्छ । त्यसैले कहिलै पनि अन्तिम जोर सङ्ख्या पत्ता लगाउन सकिँदैन । अतः यो असीमित समूह हो । यस्ता समूहलाई लेख्ने तरिका यस प्रकार छ :

जोर सङ्ख्याको समूह, A = {2, 4, 6, ...}

माथिको उदाहरणमा खाली ठाउँमा तीनओटा थोप्ला (...) लेखिएको छ । यस्ता तीन थोप्लाले जति पनि अनन्तसम्म जान सक्ने जनाउँछ ।

सीमित र असीमित समूह : समूहका सदस्य सीमित भएको समूहलाई सीमित समूह भनिन्छ । सीमित समूहका सबै सदस्य गनेर सङ्ख्या भन्न सकिन्छ । तर कुनै कुनै समूहका सदस्य कति छन् भनी भन्न सकिँदैन । त्यस्ता समूहलाई असीमित समूह भनिन्छ । जस्तैः तपाईँको परिवारमा भएका सदस्यको समूह एउटा सीमित समूह हो भने आकाशमा भएका ताराको सङ्ख्या, प्राकृतिक सङ्ख्याको समूह असीमित समूह हुन् ।

समतुल्य समूह (Equivalent Sets)

तलका समूह हेरौँ :

⇨ A = {प्रोट्रेक्टर}

⇨ B = {चाँद}

माथि दुवै समूह A र B मा एक एकओटा सदस्य छन् । तर समूहका सदस्य फरक फरक छन् ।

अर्को उदाहरण हेरौँ :

⇨ E = {प्रोट्रेक्टर, सेट स्क्वायर}

⇨ F = {प्रोट्रेक्टर, कम्पास}

E र F दुवैमा दुई दुईओटा सदस्य छन् । तर समूहका सदस्य फरक फरक छन् ।

समूहमा भएका सदस्यको सङ्ख्या गणना गर्दा बराबर सङ्ख्या भएका समूहलाई के भनिन्छ होला ? के तपाईँलाई थाहा छ ?

यस्ता बराबर सङ्ख्यामा सदस्य भएका समूहलाई समतुल्य समूह भनिन्छ । त्यसैले A र B समतुल्य समूह हुन् भने E र F पनि समतूल्य समूह हुन् ।

समतूल्य समूह : यदि दुई समूहका सदस्यको सङ्ख्या बराबर छ तर सदस्य फरक फरक छन् भने त्यस्ता समूहलाई समतुल्य समूह भनिन्छ ।

उदाहरण 1. तल केही समूहका उदाहरण दिइएको छ । ती समूह कुन कुन समतुल्य समूह हुन् ? किन ? लेख्नुहोस् ।

⇨ A = {प्रोट्रेक्टर}

⇨ B = {सेट स्क्वायर}

⇨ E = {प्रोट्रेक्टर, सेट स्क्वायर}

⇨ F = {प्रोट्रेक्टर, कम्पास}

⇨ J = {कम्पास, रुलर}

⇨ K = {प्रोट्रेक्टर, सेट स्क्वायर, कम्पास}

⇨ L= {प्रोट्रेक्टर, कम्पास, रुलर}

उत्तर : माथि दिइएका समूहका सदस्यसङ्ख्या गणना गरी कुन कुन समूहका सदस्यको सङ्ख्या बराबर छन् ? पत्ता लगाऔँ :

⇨ A र B मा एक एक सदस्य छन् ।

⇨ E, F र J मा दुई दुईओटा सदस्य छन् ।

⇨ K र L मा तीन तीनओटा सदस्य छन् ।

अब कुन कुन समूहका सदस्य सङ्ख्या बराबर छन्, तिनलाई समतुल्य समूह भनौँ ।

⇨ A र B समतुल्य समूह हुन् । कारणः दुवैमा बराबर सङ्ख्यामा सदस्य छन् ।

⇨ E, F र J समतुल्य समूह हुन् । कारणः दुवैमा बराबर सङ्ख्यामा सदस्य छन् ।

⇨ K र L समतुल्य समूह हुन् । कारणः दुवैमा बराबर सङ्ख्यामा सदस्य छन् ।

बराबर समूह (Equal Sets)

तलका समूह हेरौँ :

⇨ A = {a, b}

⇨ B = {a, b}

⇨ C = {p, q}

माथि उप समूहमा दुई दुईओटा सदस्य छन् । तर A र B मा उही सदस्य छन् । A र B मा उही सदस्य र सदस्य सङ्ख्या बराबर भएकाले यस्ता समूहलाई बराबर समूह भनिन्छ । तर C मा फरक सदस्य छन् । त्यसैले C बराबर समूह होइन । यो A र B

सँग समतूल्य समूह भने हो ।

अर्को उदाहरण हेरौँ :

- ➪ E = {प्रोट्रेक्टर, सेट स्क्वायर}
- ➪ F = {प्रोट्रेक्टर, कम्पास}

E र F दुवैमा दुई दुईओटा सदस्य छन् । तर समूहका सदस्य फरक फरक छन् । त्यसैले बराबर समूह होइनन् ।

यस्ता बराबर सङ्ख्यामा सदस्य भएका समूहलाई समतुल्य समूह भनिन्छ । त्यसैले A र B समतुल्य समूह हुन् भने E र F पनि समतुल्य समूह हुन् ।

> बराबर समूह : यदि दुई समूहका सदस्यको सङ्ख्या बराबर छ र सदस्य पनि उही छन् भने त्यस्ता समूहलाई बराबर समूह भनिन्छ ।

उदाहरण 1. तल केही समूहका उदाहरण दिइएको छ । ती समूह कुन कुन बराबर समूह हुन् ? किन ? लेख्नुहोस् :

- ➪ A = {प्रोट्रेक्टर}
- ➪ B = {सेट स्क्वायर}
- ➪ E = {प्रोट्रेक्टर}
- ➪ F = {प्रोट्रेक्टर, कम्पास}
- ➪ J = {कम्पास, कम्पास}
- ➪ K = {प्रोट्रेक्टर, सेट स्क्वायर, कम्पास, रुलर}
- ➪ L = {प्रोट्रेक्टर, कम्पास, सेट स्क्वायर, रुलर}

उत्तर : माथि दिइएका समूहका सदस्यसङ्ख्या गणना गरी कुन कुन समूहका सदस्यको सङ्ख्या बराबर छन् र सदस्य पनि उही छन् ? पत्ता लगाऔँ:

- ➪ A, B र E मा एक एक सदस्य छन् । A र E मा उही सदस्य छन् ।
- ➪ F र J मा दुई दुईओटा सदस्य छन् । सदस्य पनि उही छन् ।
- ➪ K र L मा तीन तीनओटा सदस्य छन् । सदस्य पनि उही छन् ।

अब कुन कुन समूहका सदस्य सङ्ख्या बराबर छन् र सदस्य पनि उही छन् ? तिनलाई बराबर समूह भनौं :

- ➪ A र E बराबर समूह हुन् । कारण: दुवैमा बराबर सङ्ख्यामा सदस्य छन् र सदस्य पनि उही छ ।
- ➪ F र J बराबर समूह हुन् । कारण : दुवैमा बराबर सङ्ख्यामा सदस्य छन् र सदस्य पनि उही छ ।
- ➪ K र L समतुल्य समूह हुन् । कारण : दुवैमा बराबर सङ्ख्यामा सदस्य छन् र सदस्य पनि उही छ ।

तर B समूह A र E सँग बराबर छैन । समतुल्य मात्र छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

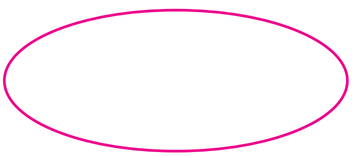
1. तलका समूहमध्ये कुन कुन समूह खाली समूह हुन् । कुन खाली समूह होइनन् ? कारणसहित लेख्नुहोस् :

A = {नेपालका महिला प्रधानमन्त्रीको समूह}

B = {नेपालमा भएका चराको समूह}

C = {5 ,7, 9, 11 मध्ये 2 ले निःशेष भाग जाने सङ्ख्याको समूह}

D = { }

F = 

G = a, e, i, o, u

H = ∅

I = {बच्चा जन्माउने चराको समूह}

J = {बच्चालाई दुध नखुवाउने स्तनधारी जनावरको समूह}

2. **दिइएका समूहमध्ये खाली समूह हो र कुन खाली समूह होइन ? कारणसहित लेख्नुहोस् :**

(क) 1 भन्दा साना प्राकृतिक सङ्ख्याको समूह अभ्यास
(ख) जोर रूढ सङ्ख्याको समूह
(ग) तह तीनमा 10 फिटभन्दा अग्ला विद्यार्थीको समूह
(घ) जोर सङ्ख्याको समूह
(घ) 2 ले भाग जाने बिजोर सङ्ख्याको समूह

3. **तल दिइएका समूहबाट सीमित र असीमित समूह छुट्याउनुहोस् । सीमित वा असीमित समूह किन हो ? कारण पनि दिनुहोस् ।**

4. **तल दिइएका समूहका सीमित वा असीमित समूह छुट्याउनुहोस् । के कारणबाट सीमित वा असीमित समूह हुन् ? कारण पनि लेख्नुहोस् । एउटा उदाहरण दिइएको छ ।**

(क) X = {आकाशमा भएका ताराको समूह}

उत्तर : आकाशमा भएका तारा गणना गर्दै जाँदा कहिलै गणना गरेर सकिँदैन । त्यसैले X असीमित समूह हो ।

(ख) Y = {तपाईंको गाउँ वा सहरमा भएका मानिसको समूह}

(ग) Z = {तपाईंको परिवारमा भएका सदस्यको समूह}

5. **तल दिइएका समूहका सदस्य सूचीकरण विधिबाट लेख्नुहोस् र ती समूह सीमित वा असीमित समूह छुट्याउनुहोस् । के कारणबाट सीमित वा असीमित समूह हुन् ? लेख्नुहोस् :**

(क) A = {10 भन्दा साना बिजोर सङ्ख्याको समूह}
(ख) B = {30 भन्दा ठुला बिजोर सङ्ख्याको समूह}
(ग) C = {20 भन्दा साना संयुक्त सङ्ख्याको समूह}
(घ) D = {10 भन्दा ठुला पूर्ण सङ्ख्या}
(ङ) E = {10 र 20 बिचका 3 ले निःशेष भाग जाने सङ्ख्याको समूह

6. **तलका समूहमध्ये कुन कुन समतुल्य समूह हुन् ? लेख्नुहोस् :**

A = {g, o, d} , B = {d, o, t}, B = {a, b, c, ..., x} , C = {1, 2, 3, ..., 12}

D = {l, i, n, e}, E = {f, i, l, e}, F = {1, 2, 3, 4, 5} , H = {3}

7. **तलका समूहका सदस्य सूचीकरण विधिबाट लेख्नुहोस् । ती समूह बराबर वा समतुल्य समूह कस्ता हुन्, कारणसहित लेख्नुहोस् :**

(क) A = {2 ले निःशेष भाग जाने 10 भित्रका सङ्ख्याको समूह}

B = {10 भित्रका जोर सङ्ख्याको समूह}

उत्तर : दिइएका समूह A र B सूचीकरण विधिबाट तल प्रस्तुत गरिएको छ :

A = {2, 4, 6, 8}

B = {2, 4, 6, 8}

यहाँ A र B दुवैका सदस्यको सङ्ख्या बराबर छन् र सदस्य पनि समान छन् । त्यसैले यी समूह बराबर समूह हुन् ।

(ख) A = {3 ले निःशेष भाग जाने 12 भित्रका सङ्ख्याको समूह}

B = {12 सम्मका 3 का गुणाङ्क}

(ग) A = {20 सम्मका बिजोर सङ्ख्याको समूह}

B = {1 देखि 20 सम्मका जोर सङ्ख्याको समूह}

(घ) A = {5 का 20 भित्रका अपवर्त्य}

B = {5 ले निःशेष भाग जाने 20 भित्रका सङ्ख्याको समूह}

(ङ) P = {2 देखि 9 सम्मका रूढ सङ्ख्यौ, Q = {1 देखि 8 सम्मका बिजोर सङ्ख्या}

(च) A = {2 ले भाग जाने 20 भन्दा साना प्राकृतिक सङ्ख्यौ, B = {10 भन्दा साना जोर सङ्ख्या}

(छ) C = {a, b, c, d}, D = { d, a, c, b }

(ज) A = {16 का गुणनखण्ड}, B = {4 ले भाग जाने 16 सम्मका सङ्ख्या}

एकाइ 2 अङ्कगणित (Arithmetic)

पाठ : 3 वास्तविक सङ्ख्या (Real Numbers)

तलको कथा पढौँ :

मोहन र मीरा श्रीमान् श्रीमती हुन् । उनीहरूले धेरै भेडा पालेका छन् । एकदिन मीराले आफ्ना भेडा गणना गर्न थालिन् । उनले एक, दुई, तीन, ... भन्दै भेडा गणना गरेको मोहनले हेरिरहेका थिए । उनीहरूले भेडा गणना गर्दा जहिले पनि 1 बाट नै सुरु गर्छन् । उनीहरू बर्सेनि भेडा बेच्ने र थप भेडाका बच्चा हुर्काउने गर्छन् । सात वर्षसम्म उनीहरूले धेरै भेडा हुर्काए र बेचे । यसबाट उनीहरूलाई धेरै आम्दानी भएको छ ।

एकदिन मीराको एउटा खोरमा भएका भेडा कुनै पनि देखिनन् । उनी आत्तिँदै मोहन भएको ठाउँमा गइन् । खोरमा त कत्ति पनि भेडा छैनन् भनी सुनाइन् । मोहन भने हाँसिरहेका थिए । मीरालाई रिस उठ्यो । उनले भनिन् "म भेडा हराएर डराएकी छु । तपाईं भने हाँसेर बस्नुहुन्छ ।" मोहनले मुस्कुराउँदै भने, "तिमी भेडा चराउन गएकी थियौ । केही मानिस भेडा किन्न आएका थिए । मैले त्यो खोरमा भएका तिसओटा भेडा सबै बेचेर पैसा बुझिसकेँ" । "मोहनले, लेऊ यो पैसा" भन्दै उनले हजार रुपियाँका बिटा उनलाई दिए । मीरा दङ्ग पर्दै हजार रुपियाँका बिटा खास्टामा हाली घरतिर लागिन् ।

माथिको कथाका आधारमा तलका प्रश्नमा छलफल गरौँ :

(क) हामी सङ्ख्या गणना गर्दा कहाँबाट सुरु गर्छौं ?

(ख) के हामी एकबाहेक अन्य ठाउँबाट पनि गणना सुरु गर्छौं ?

(ग) मोहनले एउटा खोरमा भएका 30 ओटा भेडा सबै बेचेपछि कतिओटा भेडा बाँकी रहन्छन् ?

(घ) कत्ति पनि भेडा बाँकी छैनन् भने त्यसलाई कति लेखिन्छ ?

मनन गरौँ :

हामी केही कुरा गणना गर्दा 1 बाट सुरु गर्छौं । जस्तै, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

यसरी गणना गर्नका लागि प्रयोग हुने सङ्ख्याको समूहलाई प्राकृतिक सङ्ख्या (Natural numbers) को समूह भनिन्छ । प्राकृतिक सङ्ख्याको समूहलाई N ले जनाइन्छ । त्यसैले,

$N = \{1, 2, 3, ...\}$

प्राकृतिक सङ्ख्यामा जुनसुकै सङ्ख्या जोड्दा पनि पुनः प्राकृतिक सङ्ख्या नै बन्छ । जस्तै, $4 + 5 = 9$, $7 + 1 = 8$ आदि । यहाँ 9 र 8 दुवै जोडफल प्राकृतिक सङ्ख्या हुन् । तर, घटाउ गर्दा के हुन्छ ? हेरौँ :

$4 - 1 = 3$, यहाँ 3 पनि प्राकृतिक सङ्ख्या नै हो । 4 बाट 4 नै घटायो भने के हुन्छ ? विचार गरौँ त ?

$4 - 4 = 0$

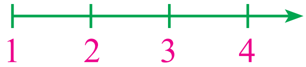
हो कुनै सङ्ख्याबाट उही सङ्ख्या घटाउँदा शून्य (0) हुन्छ । शून्यको उत्पत्ति कुनै सङ्ख्याबाट उही सङ्ख्या घटाउँदा भएको हो । उक्त शून्यलाई प्राकृतिक सङ्ख्याको समूहमा मिसायो भने अब बन्ने सङ्ख्याको समूहलाई पूर्ण सङ्ख्याको समूह भनिन्छ । त्यसैले पूर्ण सङ्ख्या 0 बाट सुरु हुन्छ र अनन्त सम्म जान्छ । जस्तै, 0, 1, 2, 3, 4, ...

यी सङ्ख्याको समूहलाई पूर्ण सङ्ख्याको समूह भनिन्छ । पूर्ण सङ्ख्याको समूहलाई अङ्ग्रेजीमा Set of Whole Numbers भनिन्छ । पूर्ण सङ्ख्याको समूहलाई W ले जनाइन्छ । त्यसैले, पूर्ण सङ्ख्याको समूह, $W = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$ हो ।

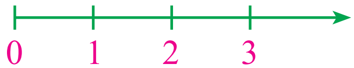
के अब भन्न सक्नुहुन्छ, प्राकृतिक सङ्ख्या (Natural numbers) र पूर्ण सङ्ख्या (Whole numbers) का समूहमा के भिन्नता रहेछ ?

नोट : प्राकृतिक सङ्ख्यालाई गन्तीका सङ्ख्या (Counting numbers) पनि भनिन्छ । यसो किन भनिएको होला ? यसको उत्तर मनमनै विचार गर्नुहोस् ।

प्राकृतिक सङ्ख्यालाई सङ्ख्या रेखामा देखाउन सकिन्छ :



त्यस्तै गरी पूर्ण सङ्ख्याको समूहलाई पनि माथि जस्तै गरी सङ्ख्या रेखामा देखाउन सकिन्छ :



अभ्यासका लागि प्रश्न

1. हामी सङ्ख्या गणना गर्दा सामान्यतया कुन सङ्ख्याबाट सुरु गर्छौं ?
2. गन्तीका सङ्ख्या भनेर कुन सङ्ख्यालाई जनाइन्छ ?
3. प्राकृतिक सङ्ख्याको समूहलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्नुहोस् ।
4. कुनै सङ्ख्याबाट सोही सङ्ख्या घटाउँदा कति हुन्छ ?
5. गन्तीका सङ्ख्यामा शून्य (0) थप्दा कुन समूह बन्छ ?
6. प्राकृतिक सङ्ख्याको समूहलाई N ले जनाइन्छ भने पूर्ण सङ्ख्याको समूहलाई केले जनाइन्छ ?
7. पूर्ण सङ्ख्याको समूहलाई सूचीकरण विधिबाट लेख्नुहोस् ।
8. प्राकृतिक सङ्ख्याको समूहलाई सङ्ख्या रेखामा देखाउनुहोस् ।
9. पूर्ण सङ्ख्याको समूहलाई सङ्ख्या रेखामा देखाउनुहोस् ।

पाठ : 4 भाज्यताको परीक्षण (Divisibility Test)

भाज्यता परीक्षण र अपवर्त्य (Divisibility Test and Multiples)

परिचय

कुनै सङ्ख्याले दिइएको सङ्ख्यालाई निःशेष भाग जान्छ कि जाँदैन भनी परीक्षण गर्ने कामलाई भाज्यताको परीक्षण भनिन्छ । यदि तपाईँले 4 × 5 गुणन गर्नुभयो भने 20 हुन्छ । 20 लाई 4 र 5 दुवैले निःशेष भाग जान्छ । यस्तो अवस्थामा 20 लाई 4 र 5 दुवैले निःशेष भाग जाने सङ्ख्या वा अपवर्त्य भनिन्छ । यस पाठमा 2, 3, 5, 7, 11 जस्ता रूढ सङ्ख्याका अपवर्त्य पत्ता लगाउन भाज्यताको परीक्षण गर्नेबारे छलफल गरिएको छ ।

(क) 2 को भाज्यता परीक्षण

2 जोर सङ्ख्या हो कि बिजोर ? तपाईँलाई थाहा छ ?

2 यस्तो जोर सङ्ख्या हो जसले जुनसुकै जोर सङ्ख्यालाई निःशेष भाग जान्छ । तपाईँलाई थाहै होला, सङ्ख्याको अन्तमा 0, 2, 4, 6, 8 आउने सङ्ख्या जोर सङ्ख्या हुन् । जुनसुकै जोर सङ्ख्यालाई 2 ले निःशेष भाग जान्छ । केही उदाहरण लिऔँ । जस्तै : 350

350 एउटा जोर सङ्ख्या हो किनभने यसको अन्तमा अङ्क 0 छ । त्यसैले यसलाई 2 ले निःशेष भाग जान्छ । भाग गरेर हेरौँ है त :

2	350	175
	2	
	15	
	14	
	10	
	10	
	0	

परियोजना कार्यः

कुनै दशओटा जोर सङ्ख्या कापीमा लेख्नुहोस् । ती दशओटा सङ्ख्यालाई 2 ले निःशेष भाग जान्छ कि जाँदैन । प्रयोग गरी नतिजा शिक्षकलाई देखाउनुहोस् ।

किन सबै जोर सङ्ख्यालाई 2 ले भाग जान्छ हेरौँ : 2 को 100 सम्मको गुणन तालिका बनाउनुहोस् । यहाँ केही देखाइएको छ :

$$2 \times 1 = 2$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$2 \times 5 = 10$$

....

यहाँ 2 को गुणन तालिकामा आउने सङ्ख्याको समूह $\{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$ सबै जोर सङ्ख्या हुन् । यसै गरी तपाईँले 100 सम्म यसै गरी गुणन तालिका बनाउँदै जानुभयो भने सबै जोर सङ्ख्या नै आउने छन् । ती सबैलाई 2 ले निःशेष भाग जान्छ । यसरी 2 ले निःशेष भाग जाने सङ्ख्यालाई 2 का अपवर्त्य भनिन्छ ।

नोट : 2 ले निःशेष भाग जाने सङ्ख्यालाई 2 का अपवर्त्य भनिन्छ । जस्तैः 50 ले 2 ले निःशेष भाग जान्छ । त्यसैले 50 एउटा 2 को अपवर्त्य हो ।

भाज्यताको परीक्षण : भागको प्रक्रिया नदेखाईकन कस्तो सङ्ख्यालाई कुन सङ्ख्याले निःशेष भाग लाग्छ भनी परीक्षण गर्नुलाई भाज्यताको परीक्षण भनिन्छ । 2 को भाज्यता परीक्षणबाट के थाहा भयो भने 2 ले जुनसुकै जोर सङ्ख्यालाई निःशेष भाग जान्छ ।

(ख) 3 को भाज्यता परीक्षण

3	324	108
	3	
	2	
	0	
	24	
	24	
	0	

के 324 लाई 3 ले निशेष भाग जान्छ ? छलफल गर्नुहोस् ।

324 लाई 3 ले भाग गर्दा भागफल 108 हुन्छ । अर्थात्, 324 लाई 3 ले नि:शेष भाग जान्छ । अब विचार गरौँ : 324 मा भएका अङ्क 3, 2, 4 लाई जोड्दा योगफल 9 आउँछ । 9 लाई 3 ले नि:शेष भाग जान्छ । त्यसैले 324 लाई पनि 3 ले नि:शेष भाग जान्छ ।

> 3 को भाज्यता परीक्षण : दिइएको सङ्ख्याका अङ्क जोड्नुहोस् । यदि अङ्कहरूको योगफललाई 3 ले नि:शेष भाग जान्छ भने दिइएको सङ्ख्यालाई पनि 3 ले नि:शेष भाग जान्छ ।

उदाहरण 1. के 573 लाई 3 ले नि:शेष भाग जान्छ ?

उत्तर : दिइएको सङ्ख्या 573 का अङ्क जोडौँ : $5 + 7 + 3 = 15$

अब, 15 लाई 3 ले नि:शेष भाग जान्छ किनकि $3 \times 5 = 15$ । अत: 573 लाई पनि 3 ले नि:शेष भाग जान्छ ।

> नोट : 2 ले नि:शेष भाग जाने सबै सङ्ख्यालाई 3 का अपवर्त्य भनिन्छ ।

उदाहरण 2. के 568 लाई 3 ले नि:शेष भाग जान्छ ?

उत्तर : 568 का अङ्कहरू 5, 6 र 8 लाई जोडौँ । $5 + 6 + 8 = 19$

यहाँ 19 लाई 3 ले नि:शेष भाग जाँदैन (भाग गरी हेर्नुहोस्) । त्यसैले 568 लाई पनि 3 ले नि:शेष भाग जाँदैन । अत: 3 को 568 अपवर्त्य होइन ।

परियोजना कार्य :

कुनै दशओटा 100 भन्दा ठुला सङ्ख्या लेख्नुहोस् । ती सङ्ख्याका अङ्क जोड्ने विधिबाट 3 ले नि:शेष भाग जाने अपवर्त्य हुन् कि होइनन् पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) 5 को भाज्यता परीक्षण

क्रियाकलाप 1= 5 लेखि 100 सम्मका 5 को गुणनतालिका बनाउनुहोस् । गुणन तालिकामा आउने सबै गुणनफल 5 का अपवर्त्य हुन् । ती अपवर्त्यको अन्तमा कुन सङ्ख्या आउँछ हेर्नुहोस् । केही अपवर्त्य यहाँ देखाइएको छ :

5 को गुणन तालिका	5 का अपवर्त्य
$5 \times 1 = 5$	5
$5 \times 2 = 10$	10
$5 \times 3 = 15$	15
$5 \times 4 = 20$	20
$5 \times 5 = 25$	25
$5 \times 6 = 30$	30
.....	...
	यो तालिका 100 सम्म पूरा गर्नुहोस्

तालिकामा तपाईँले बनाएका अपवर्त्यको अन्तमा कुन सङ्ख्या आएको छ ?

यहाँ देखाइएको तालिकामा 5 का अपवर्त्यको समूह {5, 10, 15, 20, 25, 30} मा प्रत्येकको अन्तमा 0 वा 5 मात्र छन् । तपाईँले बनाएको तालिकामा पनि यही नतिजा आयो आएन पत्ता लगाउनुहोस् ।

यी 5 का अपवर्त्यलाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ । त्यसैले जुनसुकै सङ्ख्याको अन्तमा 0 वा 5 अङ्क आउँछ भने सो सङ्ख्यालाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ ।

उदाहरण 1. 67840 लाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ ?

उत्तर : 67840 को अन्तमा 0 छ । त्यसैले यसलाई 5 ले निःशेष भाग जान्छ ।

क्रियाकलाप 2

तपाईँले 67840 लाई 5 ले भाग गरी हेर्नुहोस् ।

(घ) 7 को भाज्यता परीक्षण

तपाईँले भाज्यताको परीक्षणको अर्थ बुझिसक्नुभएको छ । 7 ले निःशेष भाग जाने सङ्ख्यालाई 7 का अपवर्त्य भनिन्छ । त्यसैले 7 को भाज्यता परीक्षण गर्दा कुन कुन 7 का अपवर्त्य हुन् भनी छुट्याउने छोटो तरिका नै भाज्यताको परीक्षण हो । यहाँ 7 को भाज्यता परीक्षण गर्ने तरिका सूची बनाइएको छ । त्यसपछि तपाईँले आफैँ 7 को भाज्यता परीक्षण गर्नुहोस् ।

7 को भाज्यता परीक्षणको नियम	उदाहरण : 651
1. दिइएको सङ्ख्याको एकको स्थानको अङ्क हेर्नुहोस् ।	1. एकको स्थानमा 1 छ ।
2. एकको स्थानको अङ्कलाई 2 ले गुणन गर्नुहोस् ।	2. $1 \times 2 = 2$
3. बाँकी रहेका अङ्कको सङ्ख्याबाट गुणनफल घटाउनुहोस् ।	3. $65 - 3 = 63$
4. अब उत्तरलाई 7 ले भाग जान्छ भने सो सङ्ख्यालाई 7 ले नि:शेष भाग जान्छ ।	4. यहाँ 63 लाई 7 ले नि:शेष भाग जान्छ किनकि $7 \times 9 = 63$ हो ।
5. अत: नि:शेष भाग गएमा 7 को अपवर्त्य हो । अन्यथा 7 को अपवर्त्य होइन । त्यस्तो अपवर्त्यलाई 7 ले नि:शेष भाग जान्छ ।	5. यहाँ 651 एउटा 7 को अपवर्त्य हो । त्यसैले 7 ले यसलाई नि:शेष भाग जान्छ ।

उदाहरण 1. 874 लाई 7 ले नि:शेष भाग जान्छ ? भाज्यताको परीक्षण गरौं :

- 874 को अन्तमा 4 छ ।
- 4 लाई 2 ले गुणन गरौं : $4 \times 2 = 8$
- अब 87 बाट 8 घटाऔं : $87 - 8 = 79$
- 79 लाई 7 ले भाग जान्छ कि जाँदैन विचार गरौं : $7 \times 11 = 77$ हो । त्यसैले 7 ले नि:शेष भाग जाँदैन ।
- अत: 874 लाई पनि 7 ले नि:शेष भाग जाँदैन ।

क्रियाकलाप

कुनै पाँचओट हजारसम्मका सङ्ख्या लिनुहोस् । ती सङ्ख्यालाई 7 ले नि:शेष भाग जान्छ कि जाँदैन, भाज्यताको परीक्षण गर्नुहोस् ।

(ङ) 11 को भाज्यता परीक्षण

यहाँ 11 को भाज्यता परीक्षणको नियम र उदाहरण दिइएको छ :

नियम	उदाहरण
1. कुनै एक सङ्ख्या लिनुहोस् ।	लिईएको सङ्ख्याः 561
2. एकको स्थानको अङ्क हटाएर बाँकी अङ्कबाट भन्ने सङ्ख्याबाट एकको अङ्कबाट बन्ने सङ्ख्या घटाउनुहोस् ।	56-1 = 55
3. नतिजालाई 11 ले भाग जान्छ ? हेर्नुहोस् ।	55 लाई 11 ले भाग जान्छ ।
4. यदि भाग जान्छ भने 11 ले दिइएको सङ्ख्यालाई निःशेष भाग जान्छ ।	त्यसैले 561 लाई पनि 11 ले निःशेष भाग जान्छ । भाग गरी हेरौँ : 11) 561 (51 55 11 11 0

11 को भाज्यता परीक्षणको नियम : दिइएको सङ्ख्याको एकको स्थानमा भएको अङ्कबाट बाँकी अङ्कबाट बनेको सङ्ख्या घटाउँदा 11 ले निःशेष भाग जान्छ भने सो सङ्ख्या 11 को अपवर्त्य हुन्छ । त्यसैले त्यस्तो सङ्ख्यालाई 11 ले निःशेष भाग जान्छ । यदि दिइएको सङ्ख्या धेरै ठुलो सङ्ख्या छ भने प्रत्येक पटक एकको सङ्ख्या घटाएपछि आएको नतिजालाई पुनः सोही नियमबाट दुई अङ्कसम्मको सङ्ख्या नहुने बेलासम्म यही नियम दोहोऱ्याउनुपर्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. भाज्यताको परीक्षण भनेको के हो ?

2. कुनै सङ्ख्याले निःशेष भाग जाने सङ्ख्यालाई के भनिन्छ ?

3. 2 का अपवर्त्य कस्ता सङ्ख्या हुन्छन् ?

4. 2 को भाज्यताको परीक्षण गर्ने नियम लेख्नुहोस् ।

5. तलका तथ्य ठिक भए (✓) र बेठिक भए (×) चिह्न लगाउनुहोस् :

(क) सबै जोर सङ्ख्यालाई 2 ले नि:शेष भाग जान्छ ।

(ख) सबै बिजोर सङ्ख्यालाई 3 ले नि:शेष भाग जान्छ ।

(ग) कुनै पनि सङ्ख्याको अङ्कहरूको योगफललाई 3 ले नि:शेष भाग जान्छ भने उक्त सङ्ख्यालाई पनि 3 ले नि:शेष भाग जान्छ ।

(घ) 8590 लाई 5 ले नि:शेष भाग जान्छ ।

(ङ) कुनै सङ्ख्याको एकको स्थानमा रहेको अङ्कले बनेको सङ्ख्यालाई बाँकी अङ्कले बनेको सङ्ख्याबाट घटाउँदा आउने नतिजालाई 7 ले भाग जान्छ भने पुरै सङ्ख्यालाई 7 ले निशेष भाग जान्छ ।

6. 2 ले 654 लाई नि:शेष भाग जान्छ ? भाज्यताको परीक्षणको नियमअनुसार उत्तर दिनुहोस् ।

7. 3 को भाज्यता परीक्षण गर्नुहोस् :

a. 123 b. 684 c. 593

8. 5 को भाज्यता परीक्षण गर्नुहोस् :

a. 760 b. 565 c. 469

9. 7 को भाज्यता परीक्षण गर्नुहोस् :

a. 147 b. 749 c. 657

10. 11 को भाज्यता परीक्षण गर्नुहोस् :

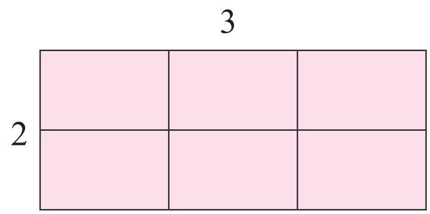
a. 871 b. 847 c. 616

11. गुणन तालिकामा आउने गुणनफल र अपवर्त्यबिच के सम्बन्ध छ ?

पाठ: 5 गुणनखण्ड र अपवर्त्य (Factors and Multiples)

परिचय (Introduction)

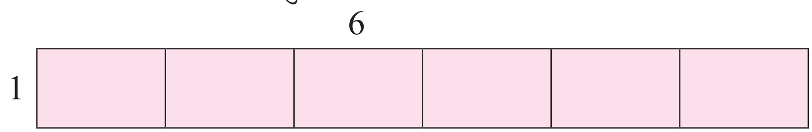
दिइएको चित्र हेरौँ :



$2 \times 3 = 6$

तपाईँलाई $2 \times 3 = 6$ हुन्छ भन्ने थाहा छ । यहाँ 2 र 3 गुणन गर्दा 6 आएकाले 2 र 3 लाई 6 का गुणन खण्ड भनिन्छ ।

हामी 6 अर्को तरिकाले पनि प्रस्तुत गर्न सक्छौँ :



$1 \times 6 = 6$

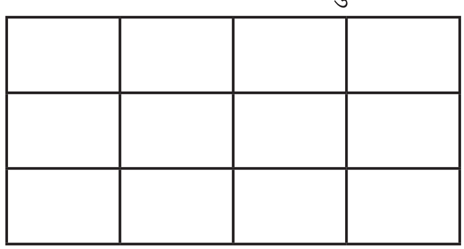
यहाँ, $1 \times 6 = 6$ पनि हुने रहेछ ।

2 र 3 वा 1 र 6 गुणन गर्दा 6 हुने हुनाले 1, 2, 3, र 6 लाई 6 का गुणनखण्ड भनिन्छ ।

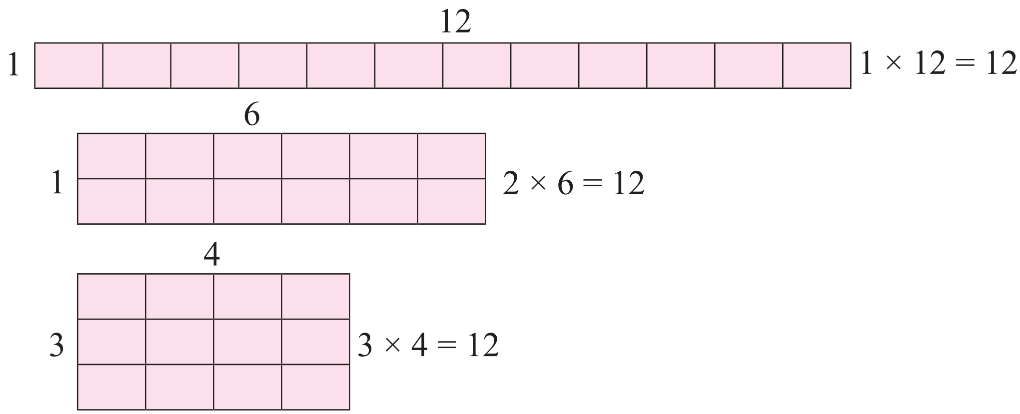
क्रियाकलाप 1

12 का गुणनखण्ड पत्ता लगाउने एउटा खेल खेलौँ :

- एउटा आयतकार कागज लिनुहोस् ।
- सो कागजलाई एकातिर 4 र अर्कोतिर 3 भाग हुने गरी पट्याउनुहोस् ।



- ❖ अब सबै टुक्रा काट्नुहोस् । त्यसरी काटेका टुक्राबाट विभिन्न तरिकाले आयत बनाउनुहोस् । कति प्रकारका आयत बनाउन सक्नुहुन्छ हेर्नुहोस् । प्रत्येक आयतका लम्बाइ र चौडाइमा कति अतिओटा वर्गाकार कोठा छन् गनेर लेख्नुहोस् :



माथिको चित्रबाट के नतिजा आयो ? हेरौँ :

- ❖ $1 \times 12 = 12$
- ❖ $2 \times 6 = 12$
- ❖ $3 \times 4 = 12$

यहाँ 12 गुणनफल हुन गुणन गर्न सकिने सङ्ख्या सबैलाई 12 का गुणनखण्ड भनिन्छ । यी 1, 2, 3, 4, 6, 12 जुनसकैले 12 लाई निःशेष भाग जान्छ । यी सबै सङ्ख्या 12 का गुणनखण्ड हुन् भने 12 ती सबैको अपवर्त्य हो ।

निष्कर्ष : गुणनखण्ड र अपवर्त्य

1, 2, 3, 4, 6, 12 सबै 12 का गुणनखण्ड हुन् भने

12 ती सबै गुणनखण्ड 1, 2, 3, 4, 6, 12 को अपवर्त्य हो ।

रूढ खण्डीकरण (Prime Factorization)

तपाईँले तह 2 मा रूढ सङ्ख्याको बारेमा अध्ययन गरिसक्नुभएको छ । 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 आदि रूढ सङ्ख्या हुन् । कुनै पनि सङ्ख्यालाई रूढ सङ्ख्याको गुणनफलको रूपमा व्यक्त गर्ने विधिलाई रूढ खण्डीकरण भनिन्छ । जस्तै : $6 = 2 \times 3$

यहाँ, 6 लाई 2 र 3 को गुणनफलको रूपमा व्यक्त गरिएको छ । 2 र 3 दुवै रूढ

सङ्ख्या हुन् । त्यसैले $6 = 2 \times 3$ एउटा रूढ खण्डीकरण हो ।

तलुना गुर्नहोस् :

गुणन	खण्डीकरण	रूढ खण्डीकरण
$1 \times 6 = 6$ $2 \times 3 = 6$	$6 = 1 \times 6$ $6 = 2 \times 3$	$6 = 2 \times 3$

तपाईंले माथिको तालिकाबाट गुणन र खण्डीकरण विपरीत कार्य हुन् भन्ने बुझ्नुभयो होला । 2 र 3 गुणन गरेर 6 बनाउनु गुणन क्रिया हो भने 6 लाई टुक्राएर 2 र 3 बनाउनु खण्डीकरण हो । यदि खण्डीकरण गर्दा गुणन गर्ने सबै सङ्ख्या रूढ सङ्ख्या छन् भने सो खण्डीकरण रूढ खण्डीकरण हो ।

अर्को उदाहरण हेरौँ :

गुणन	खण्डीकरण	रूढ खण्डीकरण
$1 \times 16 = 16$ $2 \times 8 = 16$ $4 \times 4 = 16$ $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	$16 = 1 \times 16$ $16 = 2 \times 8$ $16 = 4 \times 4$ $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$	$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ यहाँ 16 लाई केवल रूढ सङ्ख्या 2 को गुणनफलको रूपमा व्यक्त गरिएको छ ।

रूढ खण्डीकरण : कुनै पनि संयुक्त सङ्ख्यालाई रूढ सङ्ख्याको मात्र गुणनफलका रूपमा व्यक्त गर्नुलाई उक्त सङ्ख्याको रूढ खण्डीकरण गर्नु भनिन्छ, जस्तै : $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

रूढ खण्डीकरण निकाल्ने विधि

(क) भाग विधि (Division Method)

दिइएको सङ्ख्यालाई रूढ सङ्ख्याले मात्र भाग गर्दै जाने । सबैभन्दा सानो रूढ सङ्ख्या 2 हो । 2 ले जोर सङ्ख्यालाई भाग जान्छ । भाज्यताको परीक्षण गर्ने सिप प्रयोग गरी 2, 3, 5, 7, जस्ता रूढ सङ्ख्याले मात्र भाग गर्दै खण्डीकरण गर्न सकिन्छ ।

उदाहरण 1: भाग विधिबाट 16 को रूढ खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

सबैभन्दा पहिला रूढ सङ्ख्या 2 ले भाग गर्नुहोस् :

2	16	–> 2 ले 16 लाई 8 पटक भाग जान्छ ।
2	8	2 ले 8 लाई 4 पटक भाग जान्छ ।
2	4	–> 2 ले 4 लाई 2 पटक भाग जान्छ ।
	2	

सबै पटकमा 2 ले मात्र भाग गयो । त्यसैले, $16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ नै 16 को रूढ खण्डीकरण हो ।

उदाहरण 2: 60 को रूढ खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

- 2, 3, 5, 7, … मध्ये कुन सङ्ख्याले निःशेष भाग जान्छ पत्ता लगाउँदै भाग गर्दै गरौँ ।

सबैभन्दा पहिला रूढ सङ्ख्या 2 ले भाग गर्नुहोस् :

2	60	–> 2 ले 60 लाई 30 पटक भाग जान्छ ।
2	30	–> ले 30 लाई 15 पटक भाग जान्छ ।
3	15	–> 3 ले 15 लाई 5 पटक भाग जान्छ ।
3	5	–> 5 लाई 5 बाहेक कुनै पनि अर्को रुढ सङ्ख्याले निःशेष भाग जाँदैन । यत्तिकैमा रोकिने

(ख) वृक्ष चित्र विधिबाट रूढ खण्डीकरण

उदाहरण 1: 140 को रूढ खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

दिइएको सङ्ख्या 140 छ । यसको वृक्ष चित्रबाट खण्डीकरण गर्ने तरिका तल दिइएको छ :

→ 70 रुढ सङ्ख्या होइन ।

→ 35 रुढ सङ्ख्या होइन ।

→ 5 र 7 रुढ सङ्ख्या हो ।

उदाहरण 2: 140 को रूढ खण्डीकरण गर्नुहोस् :

140

2×70

$2 \times 2 \times 35$

$2 \times 2 \times 5 \times 7$

$140 = 2 \times 70$, यहाँ 70 रूढ सङ्ख्या होइन ।

$70 = 2 \times 35$, यहाँ 35 रूढ सङ्ख्या होइन ।

$35 = 5 \times 7$, यहाँ 5 र 7 दुवै रूढ सङ्ख्या हुन् । त्यसैले अब रोकिने

$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$ नै रूढ खण्डीकरण हो किनभने 2, 5 र 7 रूढ सङ्ख्या हुन् ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तलका तथ्य ठिक वा बेठिक के हुन् (✓) चिह्न लगाउनुहोस् :

(क) सबैभन्दा सानो रूढ सङ्ख्या 1 हो । ठिक ☐ बेठिक ☐

(ख) सबै रूढ सङ्ख्या बिजोर हुन्छन् । ठिक ☐ बेठिक ☐

(ग) जोर सङ्ख्या मध्येबाट 2 मात्र रूढ सङ्ख्या हो । ठिक ☐ बेठिक ☐

(घ) कुनै पनि सङ्ख्यालाई रूढ सङ्ख्या मात्रको गुणनफलको रूपमा लेख्नु नै उक्त सङ्ख्याको रूढ खण्डीकरण गर्नु हो । ठिक ☐ बेठिक ☐

(ङ) $2 \times 3 \times 5$ ले 30 को रूढ खण्डीकरणलाई जनाउँछ ।

ठिक ☐ बेठिक ☐

2. तलको बाकस हेरेर ठिक बेठिक छुट्याउनुहोस् :

- $24 = 1 \times 24$
- $24 = 2 \times 12$
- $24 = 3 \times 8$
- $24 = 4 \times 6$
- $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$
- 24 का गुणनखण्डहरु = 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

(क) के 24 का गुणनखण्ड 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 र 24 हुन् ?

ठिक ☐ बेठिक ☐

(ख) 24 का रूढ गुणनखण्ड 2, 3 मात्र हुन् । ठिक ☐ बेठिक ☐

(ग) 24 का 1 र 24 गुणनखण्ड होइनन् । ठिक ☐ बेठिक ☐

3. खाली ठाउँ भर्नुहोस् :

(क) $12 = 2 \times 6$ मा 12 का गुणनखण्ड .... हुन् ।

(ख) $6 = 2 \times 3$ मा 6 का रूढ गुणनखण्ड .... हुन् ।

(ग) $12 = 2 \times 2 \times 3$ मा 12 लाई 2 र 3 को .... भनिन्छ ।

4. तल दिइएका सङ्ख्याका सबै गुणनखण्ड पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) 18 (ख) 36 (ग) 150 (घ) 180

5. तल दिइएका सङ्ख्याका रूढ गुणनखण्ड भाग विधिबाट पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) 8 (ख) 36 (ग) 150 (घ) 680

6. तल दिइएका सङ्ख्याका रूढ गुणनखण्ड वृक्षचित्र विधिबाट पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) 10 (ख) 18 (ग) 192 (घ) 840

पाठ : 6 लघुत्तम समापवर्त्य (Lowest Common Factors)

अपवर्त्यको पुनरवलोकन (Review of Multiples)

हामीलाई 2 देखि माथिका कोही सङ्ख्याका गुणन तलिका थाहा छ । यहाँ 2 र 3 का गुणन तालिका दिइएको छ :

2 को गुणन तालिका	**3 को गुणन तालिका**
$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$
$2 \times 2 = 4$	$3 \times 2 = 6$
$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$
$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$
$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$
$2 \times 6 = 12$	$3 \times 6 = 18$
…	…

2 को तालिकाअनुसार 2 को फरकमा आउने सङ्ख्या 2, 4, 6, 8, 10, … हुन् । यिनलाई 2 का अपवर्त्य भनिन्छ । 2 का सबै अपवर्त्यलाई 2 ले निःशेष भाग लाग्छ । 3 को गुणन तालिकाबाट बनेका अपवर्त्य 3, 6, 9, … हरूलाई पनि 3 ले निःशेष भाग लाग्छ ।

माथिको तालिका अनुसार छलफल गरौँ :

देखि 20 सम्मका 2 का अपवर्त्यहरू = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, …

देखि 20 सम्मका 3 का अपवर्त्यहरू = 3, 6, 9, 12, 15, 18, …

अब,

- 2 र 3 का अपवर्त्यमध्ये साझा अपवर्त्य के के छन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।
- साझा अपवर्त्यमध्ये सबैभन्दा सानो अपवर्त्य कुन हो ?

पक्कै पनि तपाईंले 2 र 3 का साझा अपवर्त्य पत्ता लगाउनुभयो होला ।

तालिकामा 2 र 3 का साझा अपवर्त्य = 6, 12, …

2 र 3 का अपवर्त्यमध्ये सबैभन्दा सानो अपवर्त्य = 6

उक्त सबैभन्दा सानो साझा अपवर्त्यलाई लघुत्तम समापवर्त्य भनिन्छ । लघुत्तम भनेको सबैभन्दा सानो हो भने समापवर्त्य भनेको साझा अपवर्त्य हो । यसलाई छोटकरीमा ल.स. भनिन्छ । अतः 2 र 3 को ल.स. 6 हुन्छ ।

यसै गरी केही लघुत्तम समापवर्त्यका उदाहरण हेरौँ :

उदाहरण 1: 6 र 8 का अपवर्त्य लेखी लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर : यहाँ, दिइएका सङ्ख्या 6 र 8 छन् ।

पत्ता लगाउनुपर्ने ? 6 र 8 को ल.स.

दिइएका सङ्ख्याको ल.स. पत्ता लगाउने तरिका

पहिलो तरिका : साझा अपवर्त्य पत्ता लगाएर

- 6 का अपवर्त्यः 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, …
- 8 का अपवर्त्यः 8, 16, 24, 40, 48, 56, 64, 72, 80, …

6 र 8 का साझा अपवर्त्यः 24, 48

6 र 8 को सबैभन्दा सानो अपवर्त्य अर्थात्, लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) = 24

दोस्रो तरिका : भाग विधि

भाग विधिबाट ल.स. पत्ता लगाउँदा दुवै सङ्ख्यालाई तल जस्तै गरी रूढ सङ्ख्या 2, 3, 5, 7, 11, … ले भाग गर्दै जानुपर्छ :

2	6, 8	6 र 8 दुवैलाई 2 ले निःशेष भाग जान्छ ।
2	3, 4	3 र 4 मध्ये 3 रुढ सङ्ख्या हो । यसलाई तल सारौँ । 4 रुढ सङ्ख्या हैन । त्यसैले 2 ले निःशेष भाग जान्छ ।
	3, 2	

2 ले 3 लाई निःशेष भाग नजाने हुनाले 3 लाई तल झारेर 4 लाई भाग गरी 2 लाई तल झारेको छ । अब 3 र 2 दुवै रूढ सङ्ख्या भएकाले अब भाग गर्न बन्द गरिएको छ । भाजक र भागफलमा भएका रूढ सङ्ख्या गुणन गरी आउने सङ्ख्या नै लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) हुने छ ।

अतः 6 र 8 को लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) $= 2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$

उदाहरण 2. 30 र 48 को लघुत्तम समापवर्त्य भाग विधिबाट पत्ता लगाउनुहोस् ।

उत्तर : भाग विधिबाट 48 र 60 को ल.स. पत्ता लगाऔँ :

2	48, 60	48 र 60 दुवैलाई 2 ले निःशेष भाग जान्छ ।
2	24, 30	24 र 30 दुवैलाई 2 ले निःशेष भाग जान्छ ।
3	12, 15	12 र 15 दुवैलाई 2 ले निःशेष भाग जादैन । त्यसैले 3 ले भाग गरौँ ।
2	4, 5	4 र 5 दुवैलाई 3 ले निःशेष भाग जादैन । त्यसैले 4 लाई मात्र 2 ले भाग गरौँ ।
	2, 5	

अब, रूढ भाजक र भागफललाई गुणनको रूपमा लेखी ल.स. पत्ता लगाऔँ :

48 र 60 को ल.स. $= 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 = 240$

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तलका तथ्य ठिक भए (✓) र बेठिक भए (✗) चिह्न लगाउनुहोस् :

(क) कुनै सङ्ख्याको अपवर्त्य भनेको सो सङ्ख्याले निःशेष भाग जाने सङ्ख्या हो ।

(ख) कुनै सङ्ख्याका अपवर्त्यमध्ये सबैभन्दा सानो अपवर्त्यलाई लघुत्तम समापवर्त्य भनिन्छ ।

(ग) ल.स. निकाल्दा संयुक्त सङ्ख्याले दिइएको सङ्ख्यालाई भाग गर्नुपर्छ ।

(घ) 6 र 8 को ल.स. 24 हो । त्यसैले 6 र 8 ले 24 लाई निःशेष भाग लाग्छ ।

(ङ) भाग विधिबाट ल.स. पत्ता लगाउँदा भाजक रूढ हुन्छ र भागफल पनि रूढ हुने बेलासम्म भाग गर्दै जानुपर्छ ।

(च) 5 र 9 को साझा अपवर्त्य 45 हो ।

(छ) 4 र 6 का साझा अपवर्त्य 12, 24, 36 ... हुन् । यी मध्ये 36 ल.स. हो ।

2. **4, 8 को ल.स. पत्ता लगाउनुहोस् । ल.स.लाई 4 र 8 ले निःशेष भाग जान्छ कि जाँदैन ? परीक्षण गर्नुहोस् ।**

3. **अपवर्त्य विधिबाट लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) पत्ता लगाउनुहोस् :**

(क) 6, 9 (ख) 4, 10 (ग) 8, 2

4. **भाग विधिबाट लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) पत्ता लगाउनुहोस् :**

(क) 8, 18 (ख) 24, 36 (ग) 12, 48 (घ) 150, 250

(ङ) 18, 144 (च) 120, 260 (छ) 300, 450 (ज) 350, 400

परियोजना कार्य

तल सोधिएका प्रश्नको उत्तर दिँदै जानुहोस् :

(क) एक हप्तामा कति दिन हुन्छ ? ....

(ख) एक महिनामा कति दिन हुन्छ ? ....

(ग) अब (क) र (ख) का सङ्ख्यालाई गुणन गर्नुहोस् । .... ऊ ....

अब (ग) मा तपाईँले पत्ता लगाएको गुणनफलई 1 देखि 10 सम्मका कुन कुन सङ्ख्याले निःशेष भाग जान्छ ? भाग गरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

निष्कर्ष के पत्ता लगाउनुभयो ? लेख्नुहोस् ।

अब भन्नुहोस् 1 देखि 10 सम्मका सङ्ख्याको ल.स. कति हुँदो रहेछ ?

पाठ : 7 महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factors)

परिचय

तपाईँले 8 र 12 लाई भाग जाने साझा सङ्ख्या के के हुन् ? भन्न सक्नुहुन्छ ?

यहाँ 8 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्या 1, 2, 4 र 8 हुन् ।

त्यस्तै, 12 लाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्या 1, 2, 3, 4, 6, 12 हुन् ।

अब, 8 र 12 दुवैलाई निःशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या कुन हो ? हेर्नुहोस् ।

यहाँ 8 र 12 दुवैलाई निःशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या 4 हो । यस्तो सङ्ख्यालाई 8 र 12 को महत्तम समापवर्तक भनिन्छ । महत्तम भनेको सबैभन्दा ठुलो भनेको हो भने समापवर्तक भनेका एउटै निःशेष भाग जाने सङ्ख्या भनेको हो ।

> **महत्तम समापवर्तक (म.स.) :** दुई वा सोभन्दा बढी सङ्ख्यालाई निःशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्यालाई महत्तम समापवर्त्य भनिन्छ ।

महत्तम समापवर्तक पत्ता लगाउने तरिका

तरिका 1 : गुणनखण्ड विधि

सबैभन्दा ठुलो निःशेष भाग जाने साझा गुणनखण्ड पत्ता लगाउने

जस्तैः 8 र 12 को म.स. निकाल्नुहोस् :

- 8 का गुणनखण्डः 1, 2, 4, 8
- 12 का गुणनखण्डः 1, 2, 3, 4, 6, 12

दुवैका गुणनखण्डमध्ये सबैभन्दा ठुलो साझा गुणनखण्ड = 4

अतः 8 र 12 को सझा सबैभन्दा ठुलो गुणनखण्ड = 4 भयो ।

तरिका 2 : भाग विधि

8 र 12 को महत्तम समापवर्तक भाग विधिबाट पत्ता लगाउन दिइएका सङ्ख्यालाई रूढ सङ्ख्याले क्रमशः भाग गर्दै जाने । दुवैलाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्यालाई गुणन गर्ने । त्यसरी आउने गुणनफल नै दिइएका सङ्ख्याको महत्तम समापवर्तक हुन्छ ।

साझा गुणनखण्डहरू

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8, 12 \\ \hline 2 & 4, 6 \\ \hline & 2, 3 \end{array}$$

यहाँ 8 र 12 लाई भाग निःशेष भाग जाने सङ्ख्याको गुणनफल $= 2 \times 2 = 4$

अतः 8 र 12 को महत्तम समापवर्तक 4 हो ।

भाग विधिबाट म.स. पत्ता लगाउने तरिका पुनः चर्चा गरौँ :

चरण 1. दिइएका सङ्ख्यालाई निःशेष भाग जाने सङ्ख्या पत्ता लगाउने

चरण 2. निःशेष भाग जाने सङ्ख्यालाई गुणन गरी गुणनफल पत्ता लगाउने । सो गुणनफल नै म.स. हो ।

खण्डीकरण विधि

खण्डीकरण विधिबाट म.स. निकाल्दा दिइएका सङ्ख्याका गुणनखण्ड पत्ता लगाई दिइएका सङ्ख्याका साझा गुणनखण्डको गुणनफल निकल्नुपर्छ । सो गुणनफल नै म.स. हो । सो म.स. ले दिइएका सङ्ख्यालाई निःशेष भाग जान्छ ।

म.स. निकाल्नुहोस् : 8, 12

8 का रूढ गुणनखण्ड : $8 = 2 \times 2 \times 2$

12 का रूढ गुणनखण्ड : $12 = 2 \times 2 \times 3$

साझा गुणनखण्ड

8 र 12 का साझा गुणनखण्डको गुणनफल $= 2 \times 2 = 4$

अतः 8 र 12 को म.स. 4 हो ।

उदाहरण 1: भाग विधिबाट म.स. पत्ता लगाउनुहोस् : 20, 36

2	20, 36
2	10, 18
	5, 9

साझा गुणनखण्डको गुणनफल $= 2 \times 2 = 4$

अतः 20 र 36 को म.स. 4 हो । 4, 20 र 36 दुवैलाई निःशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या हो ।

उदाहरण 2: रूढ खण्डीकरण विधिबाट म.स. निकाल्नुहोस् : 240, 300

उत्तर : यहाँ, 240 का रूढ खण्डीकरण :

2	240
2	120
2	60
2	30
3	15
5	5
	1

2	300
2	150
3	75
5	25
5	5
	1

अब, पहिलो सङ्ख्या 240 का गुणनखण्ड $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 1$

दोस्रो सङ्ख्या 300 का गुणनखण्ड $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 1$

दुवैका साझा गुणनखण्ड $= 2 \times 2 \times 3 \times 5$

अतः 240 र 300 को म.स. $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

उक्त म.स. 60 ले दुवै सङ्ख्या 240 र 300 लाई निःशेष भाग जान्छ ।

ल.स र म.स. मा के भिन्नता छ ? यो पाठ र अघिल्लो पाठको आधारमा तुलना गरौँ ।

8 र 12 को ल.स. र म.स. तुलना गरौँ :

माथिको उदाहरणमा, म.स. साझा गुणनखण्डहरूको गुणनफल हो

म.स. $= 2 \times 2 = 4$

साझा गुणनखण्डहरू

3	8, 12
2	4, 6
	2, 3

म.स. $= \overbrace{2 \times 2} \times \underbrace{2 \times 3}$

बाँकी गुणनखण्डहरू

माथिको उदाहरणमा, म.स. साझा गुणनखण्डको गुणनफल हो भने ल.स. साझा र बाँकी दुवै प्रकारका गुणनखण्डको गुणनफल हो ।

अतः एउटै खण्डीकरणबाट ल.स. र म.स. निकाल्न सकिन्छ । जस्तैः 240 र 300 को ल.स. र म.स. निकालौँ :

2	240, 300
2	120, 150
3	60, 75
5	20, 25
	4, 5

दुवैका साझा गुणनखण्ड $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ म.स. हो ।

दुवैका साझा र बाँकी गुणनखण्डको गुणनफल $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 4 \times 5 = 1200$ ल.स. हो ।

अतः म.स. 60, ल.स. 1200

नोट : म.स. 60 ले 240 र 300 लाई निःशेष भाग जान्छ भने ल.स. 1200 लाई 240 र 300 दुवैले निःशेष भाग जान्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तलका तथ्य ठिक भए (✓) र बेठिक भए (x) चिह्न लगाउनुहोस् :

(क) महत्तम शब्दको अर्थ सबैभन्दा ठुलो भन्ने हो ।

(ख) महत्तम समापवर्तकलाई छोटकरीमा ल.स. भनिन्छ ।

(ग) ल.स. भनेको दिइएका सङ्ख्याका साझा र बाँकी गुणनखण्डको गुणनफल हो ।

(घ) दिइएको सङ्ख्याको ल.स. लाई ती सङ्ख्याले भाग जाँदैन ।

2. तलका सङ्ख्याको महत्तम समापवर्तक (म.स.) पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) 40, 60 (ख) 20, 75 (ग) 15, 55 (घ) 120, 675

3. तलका सङ्ख्याको लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) 10, 25 (ख) 20, 65 (ग) 20, 50 (घ) 120, 360, 448

4. 25 र 60 लाई निःशेष भाग जाने सबैभन्दा ठुलो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. 30, 40 र 50 ले निःशेष भाग जाने सबैभन्दा सानो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् :

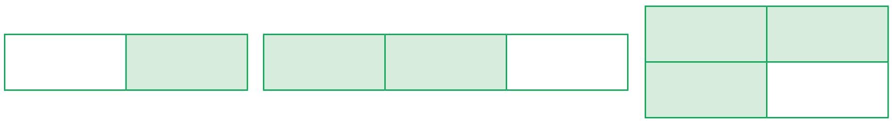
परियोजना कार्य :

एउटा कार एक घण्टामा 10 किलोमिटर र अर्को कार एक घण्टामा 30 किलोमिटरमा छोटो समयका लागि रोकिन्छन् भने ती दुवै कार एकै ठाउँमा कति किलोमिटरमा रोकिएलान् ? एउटा चार्ट बनाएर देखाउनुहोस् । यसरी उनीहरू सँगै रोकिने स्थान पत्ता लगाउन ल.स. वा म.स. के निकाल्नुपर्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

पाठ : 8 भिन्न (Fraction)

भिन्नको पुनरवलोकन (Revision of Fraction)

तल केही छाया पारेका चित्र दिइएको छ । ती चित्रलाई भिन्नमा जनाउने तरिका हेरौँ :



चित्र (क) चित्र (ख) चित्र (ग)

माथिका प्रत्येक चित्रमा पारिएका खण्ड र छाया पारिएका खण्ड गनी भिन्नमा लेखौँ :

चित्र (क) : जम्मा खण्ड 2 ओटा

छाया पारिएका खण्ड 1

छाया पारिएको खण्डको भिन्न = $\frac{\text{छाया पारिएको भागको सङ्ख्या}}{\text{जम्मा खण्डहरूको सङ्ख्या}}$ $\frac{1}{2}$

चित्र (ख) लाई त्यसरी नै भिन्नमा लेखौँ : = $\frac{\text{छाया पारिएको भागको सङ्ख्या}}{\text{जम्मा खण्डहरूको सङ्ख्या}}$ $\frac{2}{3}$

चित्र (ग) लाई त्यसरी नै भिन्नमा लेखौँ : = $\frac{\text{छाया पारिएको भागको सङ्ख्या}}{\text{जम्मा खण्डहरूको सङ्ख्या}}$ $\frac{3}{4}$

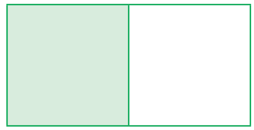
चित्र (ग) मा छाया नपारिएको भागको भिन्न लेखौँ : $\frac{\text{छाया नपारिएको भागको सङ्ख्या}}{\text{जम्मा खण्डहरूको सङ्ख्या}}$ $\frac{1}{4}$

समतुल्य भिन्न (Equivalent fractions)

क्रियाकलाप

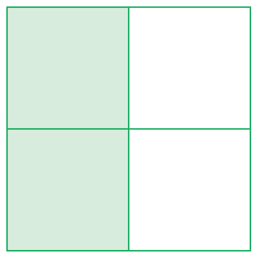
तल लेखिएअनुसार कार्य गर्दै जानुहोस् :

- एउटा आयतकार कागज लिनुहोस् ।
- सो कागजलाई ठिक बिचबाट पट्याउनुहोस् । एउटा आधामा छाया पार्नुहोस् । छाया पारेको भागलाई भिन्नमा लेख्नुहोस् ।



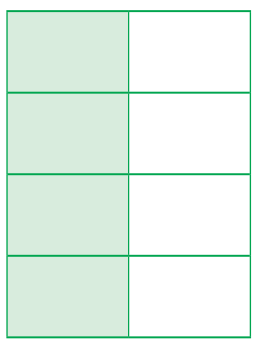
भिन्नमा $\frac{1}{2}$

❖ अब, सो कागजलाई अर्कोतिरबाट पुनः पट्याउनुहोस् । कागजमा चारभाग हुने छ । पहिले लेखिएको आधा भिन्न $\frac{1}{2}$ पुनः दुई चौथाइ हुने छ । भिन्नमा यसलाई भिन्नमा लेख्नुहोस् :

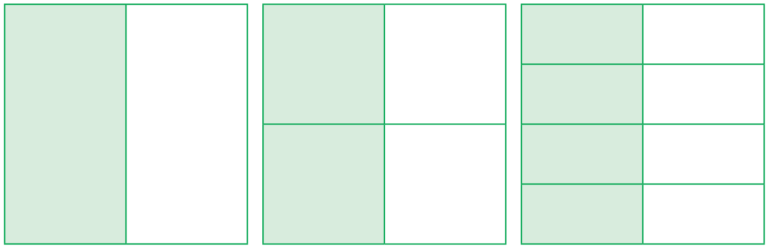


भिन्नमा $\frac{2}{4}$

❖ फेरि सोही कागजलाई थप चित्रमा जस्तै गरी पट्याई आठ भागमा बाँड्नुहोस् । अब छाया परिएको भाग भिन्नमा कति हुन्छ हेर्नुहोस् :



भिन्नमा $\frac{4}{8}$



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

जुनसुकै भिन्न देख्दा फरक भए पनि यिनमा छाया पारेको भाग उही हो । त्यसैले ती माथिका भिन्न बराबर हुन्छन् । अतः $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

यस्ता भिन्नलाई समतुल्य भिन्न भनिन्छ ।

भिन्न $\frac{1}{2}$ को समतुल्य भिन्न पत्ता लगाउन हर र अंशमा एउटै सङ्ख्याले गुणन गर्नुपर्छ ।

(क) $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{4}$

(ख) $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{8}$

(ग) $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{10}$

माथिको क्रियाकलापबाट तपाईँले पक्कै पनि बुझ्नुभयो होला । दिइएको भिन्नलाई हर र अंशमा एउटै सङ्ख्याले गुणन गर्दा समतुल्य भिन्न बन्ने रहेछ ।

समतुल्य भिन्न : कुनै पनि भिन्नलाई हर र अंशमा एउटै सङ्ख्याले गुणन गर्दा बन्ने भिन्नलाई समतुल्य भिन्न भनिन्छ ।

उदाहरण 1. भिन्न $\frac{2}{3}$ का चारओटा समतुल्य भिन्न बनाउनुहोस् :

उत्तर : दिइएको भिन्न $\frac{2}{3}$ का चारओटा समतुल्य भिन्न बनाउन हर र अंशमा एउटै सङ्ख्याले गुणन गरौँ

- पहिलो समतुल्य भिन्न : $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{6}$ [हर र अंशमा 2 ले गुणन गरेको ।]
- दोस्रो समतुल्य भिन्न : $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{3} = \frac{6}{9}$ [हर र अंशमा 3 ले गुणन गरेको ।]
- तेस्रो समतुल्य भिन्न : $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{8}{12}$ [हर र अंशमा 4 ले गुणन गरेको ।]

❖ चौथो समतुल्य भिन्नः $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{10}{15}$ [हर र अंशमा 5 ले गुणन गरेको ।]

यसै गरी अन्य अनगिन्ती समतुल्य भिन्न बनाउन सकिन्छ ।

उदाहरण 2 : $\frac{3}{5}$ का समतुल्य भिन्न बनाउनुहोस् :

$$\frac{3}{5}$$

$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{10}$	$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{15}$	$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{4} = \frac{12}{20}$	$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{5} = \frac{15}{30}$	$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{6}{6} = \frac{18}{30}$

उदाहरण 3 : भिन्न $\frac{3}{7}$ को हरमा 21 हुने गरी समतुल्य भिन्न बनाउनुहोस् : $\frac{3}{7} = \frac{\square}{21}$

उत्तर : दिइएको भिन्न $\frac{3}{7}$ मा हरमा 7 छ । त्यसैले 7 लाई 21 बनाउन यसलाई 3 ले गुणन गर्नुपर्छ । अतः हर र अंशमा 3 ले गुणन गरी $\frac{3}{7}$ को समतुल्य भिन्न बनाऔँ :

$$\frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{21}$$

विचार गर्नुहोस् : $\frac{3}{7} \div \frac{9}{21}$ किन बराबर छन् ?

कारण : $\frac{9}{21} = \frac{3 \times \cancel{3}}{7 \times \cancel{3}} = \frac{3}{7}$ [अंश र हरबाट 3 काट्दा]

> अतः समतुल्य भिन्न देख्दा हर र अंश फरक हुन्छ तर ती भिन्न बराबर हुन्छन् ।

उदाहरण 4 : तल भनेअनुसार दिइएका भिन्नको समतुल्य भिन्न बनाउनुहोस् :

(क) हरमा 12 हुने गरी $\frac{1}{2}$ को समतुल्य भिन्न बनाउनुहोस् :

उत्तर : $\frac{1}{2}$ को हरमा 2 छ । 2 बाट 12 बनाउन 2 लाई 6 ले गुणन गर्नुपर्छ । अतः $\frac{1}{2}$ को हरमा 12 हुने समतुल्य भिन्न यसप्रकार छ :

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{6}{6} = \frac{6}{12}$$

(ख) हरमा 35 हुने गरी $\frac{4}{7}$ को समतुल्य भिन्न बनाउनुहोस् :

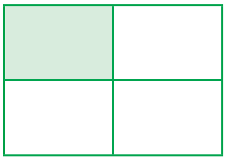
उत्तर : दिइएको भिन्न $\frac{2}{7}$ को हरमा 7 छ । 7 लाई 35 बनाउन 5 ले गुणन गर्नुपर्छ ।
अतः

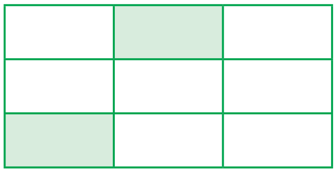
$$\frac{4}{7} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{5} = \frac{20}{35}$$

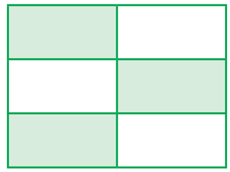
अतः $\frac{4}{7}$ को समतुल्य भिन्न $\frac{20}{35}$ हो जसको हर 35 छ ।

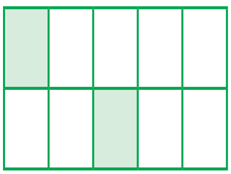
अभ्यासका लागि प्रश्न

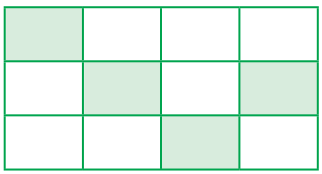
1. छाया पारेका भाग गणना गरी भिन्नमा लेख्नुहोस् :

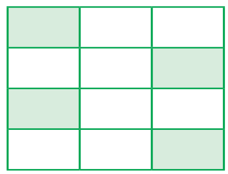
(क) 

(ख) 

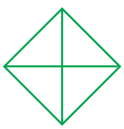
(ग) 

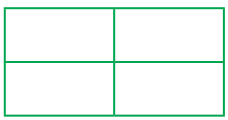
(घ) 

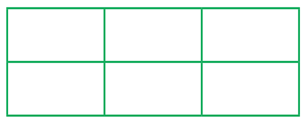
(ङ) 

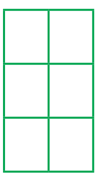
(च) 

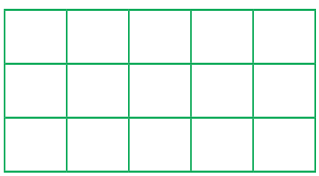
2. दिइएका चित्रमा देखाइएको भिन्न जनाउने गरी छाया पार्नुहोस् :

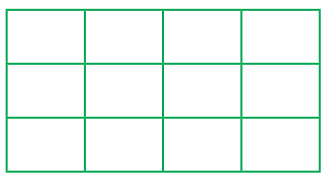
(क)  $\frac{3}{4}$

(ख)  $\frac{2}{4}$

(ग)  $\frac{3}{8}$

(घ)  $\frac{5}{6}$

(ङ)  $\frac{7}{10}$

(च)  $\frac{5}{12}$

3. तलका भिन्नका तीन तीनओटा समतुल्य भिन्न लेख्नुहोस् :

(क) $\frac{2}{3}$ (ख) $\frac{3}{5}$ (ग) $\frac{5}{9}$ (घ) $\frac{1}{4}$

(ङ) $\frac{4}{7}$ (ख) $\frac{4}{11}$ (ग) $\frac{7}{12}$ (घ) $\frac{9}{13}$

4. हरमा 18 हुने गरी $\frac{1}{2}$ को समतुल्य भिन्न बनाउनुहोस् ।

5. हरमा 60 हुने गरी $\frac{5}{12}$ को समतुल्य भिन्न बनाउनुहोस् ।

6. दिइएका भिन्नका समतुल्य भिन्न बनाउन हर र अंशमा खाली कोठामा आउने उपयुक्त सङ्ख्या लेख्नुहोस् :

(क) $\frac{1}{2} = \frac{\square}{4}$ (ख) $\frac{2}{5} = \frac{6}{\square}$ (ग) $\frac{3}{7} = \frac{\square}{35}$ (घ) $\frac{1}{8} = \frac{7}{\square}$

(ङ) $\frac{5}{7} = \frac{\square}{28}$ (च) $\frac{7}{9} = \frac{42}{\square}$ (छ) $\frac{10}{13} = \frac{40}{\square}$ (ज) $\frac{15}{17} = \frac{45}{\square}$

परियोजना कार्य

$\frac{1}{4}$ र $\frac{1}{8}$ दुईओटा असमान हर भिन्न हुन् किनभने दुवै भिन्नको हर फरक फरक छ । यी भिन्नका समतुल्य भिन्न बनाउँदै जानुहोस् । के दुवैको साझा समतुल्य भिन्न पनि छ ? पत्ता लगाउनुहोस् । ती भिन्नको हर र अंशमा कति कतिले गुणन गर्दा साझा समतुल्य भिन्न बन्दो रहेछ ? सो पनि लेख्नुहोस् ।

पाठ : 9 असमान हर भएका भिन्नको तुलना (Comparison of unlike fractions)

असमान हर भिन्न (Unequal denominator fraction)

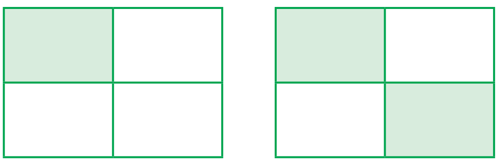
तलका भिन्न अवलोकन गर्नुहोस् :

$\frac{5}{9}, \frac{3}{5}, \frac{4}{9}$

माथिका भिन्नको हर समान हुने र असमान हुने एक एक जोडा भिन्न छुट्याऔँ :

हरमा एउटै सङ्ख्या हुने भिन्न $\frac{5}{9}$ र $\frac{4}{9}$ हुन् । समान हर 9 छ भने असमान हर 5 र 9 छन् ।

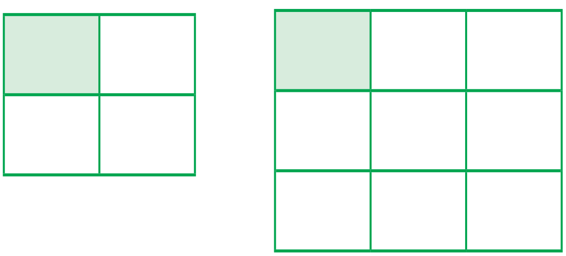
उदाहरण 1. समान हर भिन्न



$\frac{1}{4} = \frac{2}{4}$

माथिका दुवै भिन्नको हर 4 छ । यी भिन्न समान हर भिन्न हुन् ।

उदाहरण 2 : असमान हर भिन्न



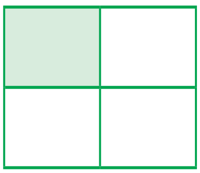
$\frac{1}{4} = \frac{1}{6}$

माथिका भिन्नका $\frac{1}{4}$ र $\frac{1}{6}$ मा यिनका हर 4 र 6 छन् । यी भिन्नलाई असमान हर भिन्न भनिन्छ ।

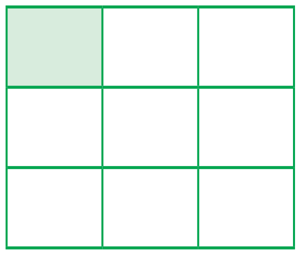
निष्कर्ष : एउटै हर भएका भिन्नलाई समान हर भिन्न भनिन्छ भने फरक फरक हर भएका भिन्नलाई असमान हर भिन्न भनिन्छ ।

असमान हर भिन्नको तुलना
(Comparison of unequal denominator fraction)

तलका भिन्नलाई हेरौँ :



$\frac{1}{4}$



$\frac{1}{6}$

के तपाईँ $\frac{1}{4}$ र $\frac{1}{6}$ मा कुन ठुलो भिन्न हो भन्न सक्नुहुन्छ ? बराबर साइज भएका आयतकार कागजलाई पहिलोमा चार बराबर भाग लगाई एक भागमा छाया पारेको छ भने सोही साइजको कागजलाई दोस्रो चित्रमा 6 बराबर भाग लगाई एक भागमा छाया पारेको छ । चित्रमा हेर्दा पहिलो भिन्न ठुलो छ र दोस्रो भिन्न सानो छ । त्यसैले,

$$\frac{1}{4} \text{ र } \frac{1}{6}$$

चित्र नदिएको अवस्थामा कुन भिन्न सानो छ र कुन ठुलो छ भनी कसरी पत्ता लगाउने हो भन्नेबारे चर्चा गरौँ । यदि चित्र दिइएको छैन भने असमान हरलाई समान हरमा बदल्नुपर्छ । त्यसरी समान हर भिन्नमा बदलिसकेपछि जुन भिन्नको अंश ठुलो हुन्छ सोही भिन्न नै ठुलो भिन्न हुन्छ । यसका लागि दुईओटा भिन्न $\frac{1}{4}$ र $\frac{1}{6}$ लिऔँ । दुवै भिन्नका समतुल्य भिन्न बनाऔँ है त ? जतिवेला दुवैको हर समान आउँछ त्यति बेला रोकौँ :

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{8}$	$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6}$
$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{12}$	$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{9}$
	$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{12}$

समान हर भएकाले दुवैको अंश तुलना गरौँ । अंशमा भएका 3 र 4 मा 4 ठुलो छ । अर्थात्,

$\frac{4}{12} > \frac{3}{12}$ भएकाले, $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$

असमान हर भिन्न तुलना गर्ने अर्को तरिका

$\frac{1}{4}$ र $\frac{1}{3}$ कुन भिन्न ठुलो छ ?

उत्तर : असमान हर भिन्न तुलना गर्ने तीन चरण यसप्रकार छन् :

चरण १. सर्वप्रथम हरका अपवर्त्य हेर्ने :

हरमा 4 र 3 छन् । त्यसैले यिनका अपवर्त्य लेखौँ :

3 का अपवर्त्य : 3, 6, 9, 12, 15 …

4 का अपवर्त्य : 4, 8, 12, 16, …

चरण २. दुवै हरको साझा अपवर्त्य हेर्ने । यहाँ 12 छ ।

चरण ३. अब दुवै भिन्नको हर साझा अपवर्त्य बनाउने । यहाँ दुवै भिन्नको हर 12 बनाऔँ :

$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{12}$ [हर 4 लाई 12 बनाउन हर र अंश दुवैमा 4 ले गुणन गरेको]

$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{4}{12}$ [हर 4 लाई 12 बनाउन हर र अंश दुवैमा 3 ले गुणन गरेको}

अब दुवै समतुल्य भिन्नको अंश तुलना गरौँ :

अंश 4 > 3 भएकाले $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तलका भिन्न कुन कुन समान हर भिन्न हुन्, कुन कुन असमान हर भिन्न हुन् छुट्याउनुहोस् :

(क) $\frac{3}{5}, \frac{1}{5}$ (ख) $\frac{3}{7}, \frac{7}{3}$ (ग) $\frac{5}{7}, \frac{2}{5}$ (घ) $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}$

2. असमान हर भिन्नलाई समतुल्य भिन्न बनाई समान हर भिन्नमा बदल्नुहोस् :

(क) $\frac{3}{3}, \frac{1}{9}$ (ख) $\frac{3}{4}, \frac{5}{7}$ (ग) $\frac{3}{10}, \frac{7}{8}$ (घ) $\frac{8}{11}, \frac{7}{9}$

3. तलका असमान हर भिन्न कुन ठुलो छ तुलना गर्नुहोस् :

(क) $\frac{3}{5}, \frac{5}{8}$ (ख) $\frac{5}{9}, \frac{11}{15}$ (ग) $\frac{3}{4}, \frac{6}{6}$ (घ) $\frac{21}{24}, \frac{7}{8}$

4. तलका भिन्नलाई समान हर भिन्नमा बदली सानोबाट ठुलोमा मिलाउनुहोस् :

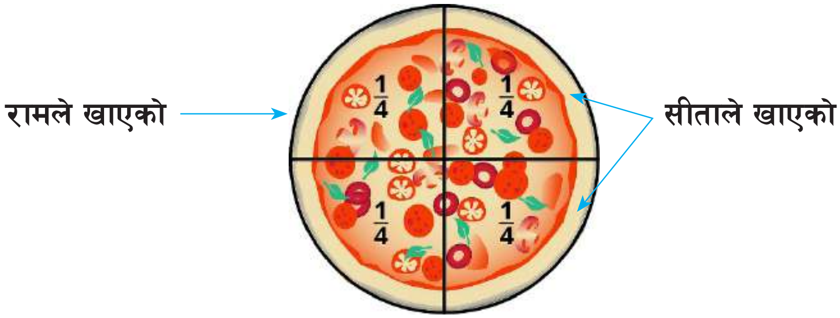
$\frac{3}{5}, \frac{7}{6}, \frac{5}{8}$

5. हरिले कुनै खेतको $\frac{3}{5}$ भाग र गीताले $\frac{7}{10}$ भाग खनिछन् भने कसले बढी खेत खन्यो ? कतिले बढी खन्यो ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

पाठ : 10 असमान हर भएका भिन्नको जोड र घटाउ
(Addition and Subtraction of unlike fraction)

पढौँ र बुझौँ

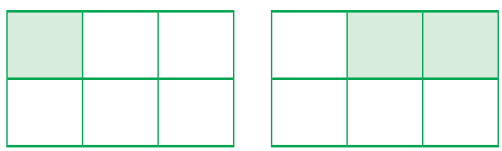
उदाहरण 1 : रामले एउटा रोटी चार टुक्रा पारी एक टुक्रा खाए भने सीताले चार टुक्रामध्ये दुई टुक्रा खाइन् । दुवैले गरी जम्मा कति टुक्रा रोटी खाए ?



दुवैले गरी जम्मा चार टुक्रामध्ये तीन टुक्रा खाए । यसलाई भिन्नमा लेख्दा,

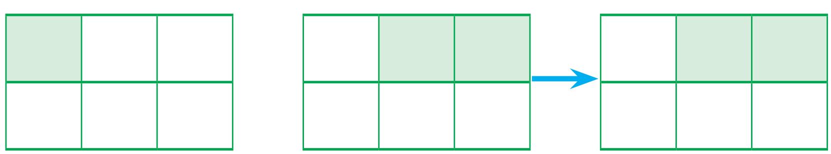
$$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{1+2}{4}=\frac{3}{4}$$

उदाहरण 2 : तलका भिन्न लेखी कतिओटा खण्डमा छाया पारेको छ गनेर लेखौँ :



$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{6}$

पहिलो चित्रमा 6 ओटा मध्ये एउटामा र दोस्रोमा 6 ओटामध्ये 2 ओटामा छाया पारेको छ । त्यसैले यी दुवैलाई जोड्दा 6 ओटामध्ये जम्मा 3 ओटामा छाया पारेको छ । यसलाई जोडको रूपमा देखाउँदा,



$$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$$

हिसाब गर्दा के गऱ्यो भने यी भिन्न जोड्दा $\frac{3}{6}$ हुन्छ ? विचार गरौँ । हर सबैमा 6 नै छ । तर अंश मात्र जोडिएको छ । अतः यस्ता समान हर भिन्नको जोड वा घटाउ गर्दा अंशमा मात्र जोड घटाउ गर्नुपर्छ ।

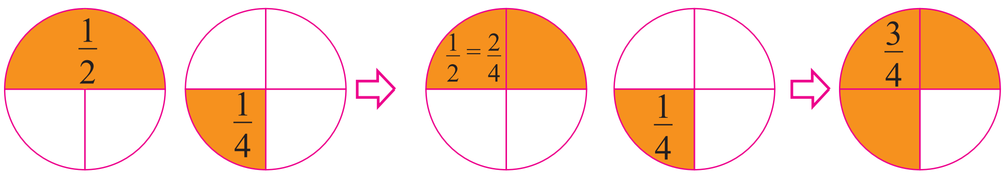
अब, यही नियमबाट छोटकरीमा जोडौँ :

$$\frac{1}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3}{6}$$

असमान हर भिन्नको जोड

भिन्नको हर असमान छ भने समान हर भिन्नको जस्तो गरी जोड्न मिल्दैन । असमान हर भिन्नको जोड गर्नका लागि सर्वप्रथम असमान हर भिन्नलाई समान हर भिन्नमा बदल्नुपर्छ । समान हर भिन्नमा बदलिसकेपछि मात्र अंशमात्र जोडेर भिन्नको जोडफल निकाल्न सकिन्छ ।

उदाहरण 3 : असमान हर भिन्नको जोड



$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ ➔ $\frac{1}{2}$ को हर 4 बनाउन हर र अंशमा 2 ले गुणन गर्दा,

$= \frac{1}{2}\times\frac{2}{2}+\frac{1}{4}$ [$\frac{1}{2}$ को हर 4 बनाएर मात्र जोड्न सकिन्छ ।]

$= \frac{2}{4}+\frac{1}{4}$ अब दुवै भिन्न समान हर भिन्न बनेका छन् । अब जोडौँ :

$= \frac{1+2}{4}$

$= \frac{3}{4}$

विचार गर्नुहोस् :

$\frac{1}{2}$ को हर किन 4 बनाएको होला ? हामीले अघिल्लो पाठमा पढिसकेका छौँ कि असमान हरलाई समान हर बनाउन दुवैको सबैभन्दा सानो साझा अपवर्त्य लिनुपर्छ । सो अपवर्त्यलाई ल.स. भनिन्छ । त्यसैले 2 र 4 को ल.स. कसरी 4 भयो हेरौँ :

- 2 का अपवर्त्य: 2, 4, 6, 8, 10
- 4 का अपवर्त्य: 4, 8, 12, 16

दुवैको सबैभन्दा सानो (लघुत्तम) साझा अपवर्त्य (समापवर्त्य) 4 छ ।

त्यसैले दुवैका लघुत्तम समापवर्त्य 4 हो । हरमा 4 बनाएर मात्र भिन्नलाई जोड्न वा घटाउन सकिन्छ ।

असमान हर भिन्नको जोड र घटाउ गर्ने नियम

चरण 1. दिइएका भिन्नको हर समान बनाउन हरको ल.स. पत्ता लगाउनुहोस् ।

चरण 2. हरमा ल.स. बराबर बनाउन दिइएका भिन्नलाई अंश र हरमा कुन सङ्ख्याले गुणन गर्नुपर्ने हो सो विचार गरी गुणन गर्नुहोस् । यसरी सबै भिन्नलाई समान हर भिन्नमा बदल्नुहोस् ।

चरण ३. अब समान हर भिन्नको जोडको नियम जस्तै गरी अंशमा जोड वा घटाउ गर्नुहोस् ।

उदाहरण 1 : असमान हर भिन्नलाई समान हर भिन्नमा बदली हिसाब गर्नुहोस् :

(क) $\frac{3}{5}+\frac{1}{4}$

समाधान : यहाँ हरमा 5 र 4 छन् । यी सङ्ख्याको ल.स. पत्ता लगाऔँ :

- 5 का अपवर्त्य : 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45
- 4 का अपवर्त्य : 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44
- दुवैका साझा अपवर्त्य 20 र 40 छन् । यी साझा अपवर्त्यमध्ये सबैभन्दा सानो अपवर्त्य 20 हो । यसलाई 4 र 5 को ल.स. (लघुत्तम समापवर्त्य) भनिन्छ । अब, अब दुवै भिन्नको हरमा 20 बनाऔँ :

$$\frac{3}{5}+\frac{7}{4}$$

$$= \frac{3}{5}\times\frac{4}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{5}{5}$$ [दुवै भिन्नको हर 20 बनाएको ।]

$$= \frac{12}{20}+\frac{5}{20}$$

$$= \frac{12+5}{20}$$ [समान हर भिन्नको अंशमात्र जोडिएको र हर समान राखेको ।]

$$= \frac{17}{20}$$

उदाहरण 2 : भिन्नको घटाउ गर्नुहोस् :

$$\frac{5}{6}\times\frac{2}{2}-\frac{7}{12}$$

समाधान : दिइएका भिन्नको हर असमान छ । यी हरको ल.स. पत्ता लगाऔँ :

- 6 का अपवर्त्य : 6, 12, 18, 24, 30, 36, ...
- 12 का अपवर्त्य : 12, 24, 36, ...
- 6 र 12 दुवैका साझा अपवर्त्य : 12, 24, 36
- सबैभन्दा सानो साझा अपवर्त्य (ल.स.) = 12

अब, दुवै भिन्नको हर 12 बनाएर घटाऔँ :

$$\frac{5}{6}-\frac{7}{12}$$

$$=\frac{5}{6}\times\frac{2}{2}-\frac{7}{12}$$ [एउटा मात्र भिन्नको हर 12 बनाउँदा दुवै समान हर भिन्न बन्छन् ।]

$$=\frac{10}{12}-\frac{7}{12}$$ [अब दुवै भिन्न समान हर भिन्न बनेका छन् ।]

$$=\frac{10-7}{12}$$ [हर समान लेखी अंशमा मात्र घटाउ गरेको ।]

$$=\frac{3}{12}$$ [अंशमा सरल गरेको

$$=\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{3}\times 4}$$ [हरको 12 लाई खण्डीकरण गरी 3 × 4 बनाएर अंशमा काटेको ।

अर्थात् $\frac{3}{3} = 1$]

$= \frac{1}{4}$

असमान हर भिन्नको सरल

जोड र घटाउ समावेश भएका भिन्नका हिसाबको समाधान निकाल्ने काम नै सरल हो। सरल गर्दा जोड र घटाउको नियम एउटै हो। यस सम्बन्धमा एउटा उदाहरण हेरौँ :

$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{1}{10}$

समाधान

दिइएका भिन्नको ल.स. पत्ता लगाऔँ :

2 का अपवर्त्य : 2, 4, 6, 8, 10, 12

5 का अपवर्त्य : 5, 10, 15, 20

10 का अपवर्त्य : 10, 20, 30

2, 5, र 10 को सवैभन्दा सानो सानो अपवर्त्य (ल.स. 10 छ। त्यसैले सबै भिन्नको हर 10 बनाऔँ :

$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{1}{10}$

$= \frac{1}{5} \times \frac{5}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{2} - \frac{1}{10}$ [सबै भिन्नका हरको ल.स. 10 भएकाले हरमा 10 बनाएको]

$= \frac{5}{10} + \frac{6}{10} - \frac{1}{10}$

$= \frac{5 + 6 - 1}{10}$ [समान हर भिन्नको अंशमा मात्र हिसाब गरी हर एउटै लेखेको]

$= \frac{11 - 1}{10}$ [अंशमा मात्र सरल गरेको]

$= \frac{10}{10} = 1$ [10 ले 10 लाई भाग गर्दा 1 उत्तर आएको]

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. चिह्न हेरी समान हर भिन्नको जोड र घटाउ गर्नुहोस् :

(क) $\frac{1}{3}+\frac{3}{3}$ (ख) $\frac{5}{12}+\frac{7}{12}$ (ग) $\frac{5}{9}-\frac{1}{9}$ (घ) $\frac{7}{9}-\frac{1}{9}$

2. असमान हर भिन्नलाई समान हर भिन्नमा बदली जोड घटाउ गर्नुहोस् :

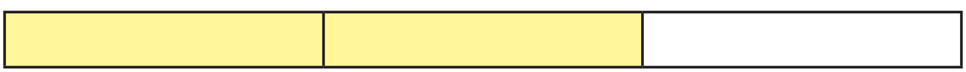
(क) $\frac{7}{15}+\frac{3}{5}$ (ख) $\frac{5}{12}+\frac{7}{24}$ (ग) $\frac{3}{6}-\frac{3}{8}$ (घ) $\frac{7}{9}-\frac{1}{6}$

3. असमान हर भिन्नको सरल गर्नुहोस् :

(क) $\frac{1}{5}+\frac{7}{10}-\frac{2}{15}$ (ख) $\frac{22}{27}+\frac{5}{12}-\frac{1}{9}$

4. शिलाले एउटा पाउरोटीको $\frac{1}{3}$ भाग भाइलाई दिइन् र $\frac{2}{5}$ भाग दिदीलाई दिइन् भने जम्मा कति पाउरोटी बाँडिन् ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. तलको चित्रमा देखाइएअनुसार रङ लगाइएको जम्मा भाग भिन्नमा कति हुन्छ ? हिसाब गर्नुहोस् :

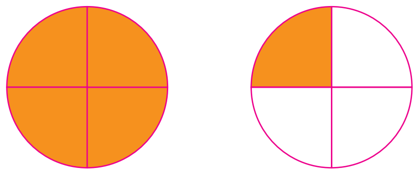


$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$

पाठ : 11 मिश्रित भिन्न (Mixed Fraction)

परिचय (Introduction)

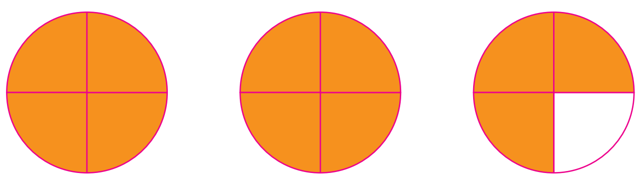
दैनिक जीवनमा भिन्नका हिसाब हामीले गरिरहेका हुन्छौँ तर ती हिसाब भिन्नका हुन् भन्ने ख्याल गरेका हुँदैनौँ । जस्तैः रामले एउटा र आधा रोटी खायो । रामले खाएको रोटीलाई भिन्नमा देखाउँदा,



रामले खाएको रोटीलाई $\frac{4}{4} + \frac{1}{4}$ देखाइएको छ । यसको अर्थ, एउटा पूरा अर्थात् $\frac{1}{4}$ भनेको चार भागमध्ये चार भाग नै खायो । पूरा रोटीलाई सिङ्गो रोटी भनिन्छ र सिङ्गोलाई 1 ले जनाइन्छ । अतः रामले 1 र $\frac{1}{4}$ रोटी खाएछ । यसलाई छोटकरीमा $1\frac{1}{4}$ रोटी भनिन्छ ।

अर्को उदाहरण

यदि रामले दुईओटा सिङ्गो रोटी र $\frac{3}{4}$ रोटी खाएको भए चित्र कस्तो हुन्थ्यो भन्न सक्नुहुन्छ ? तलको चित्र हेर्नुहोस् :



यी दुईओटा सिङ्गो र एउटा तीन चौथाइलाई सङ्ख्यामा $2\frac{3}{4}$ लेखिन्छ र पढ्दा 2 सिङ्गो $\frac{3}{4}$ भनेर पढिन्छ ।

यसरी एउटा रोटीलाई चारभागमा बाँडेर खाएको रोटीमा जम्मा 11 ओटा टुक्रा खाएको

छ । यसलाई अर्को तरिकाले $\frac{11}{4}$ पनि लेखिन्छ । त्यसैले $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ हुन्छ । यसरी बनेका दुवै भिन्न बराबर भए पनि यी भिन्नको नाम भने फरक फरक हुन्छ । पहिलो भिन्नलाई मिश्रित भिन्न भनिन्छ भने पछिल्लो भिन्नलाई अनुपयुक्त भिन्न भनिन्छ । तपाईँले अघिल्ला पाठमा भिन्नको हर सबै ठाउँमा अंशभन्दा ठुलो थियो । तर $\frac{11}{4}$ मा हरभन्दा अंश ठुलो छ ।

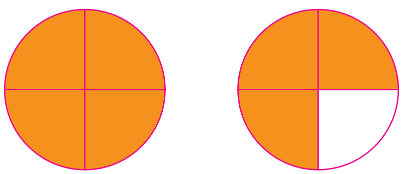
भिन्नका प्रकार

उपयुक्त भिन्न : हर भन्दा अंश सानो भएको भिन्न । जस्तैः $\frac{3}{4}$

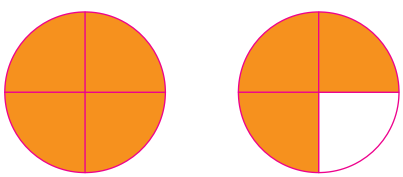
अनुपयुक्त भिन्न : हर भन्दा अंश ठुलो भएको भिन्न : जस्तैः $\frac{11}{4}$

मिश्रित भिन्न : सिङ्गो र उपयुक्त भिन्नलाई जोडेर वा सँगसँगै राखेर लेखिएको भिन्नलाई मिश्रित भिन्न भनिन्छ । मिश्रित भिन्नलाई अनुपयुक्त भिन्नमा बदल्न सकिन्छ भने अनुपयुक्त भिन्नलाई मिश्रित भिन्नमा बदल्न सकिन्छ । अनुपयुक्त भिन्न $\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$ उपयुक्त भिन्न । यसरी अनुपयुक्त भिन्न नै मिश्रित भिन्न बन्छ ।

उदाहरण 1. तलका भिन्न कस्ता भिन्न हुन् ?

(क) $1\frac{3}{4}$ 

यो भिन्न मिश्रित भिन्न हो किनकि सिङ्गो र उपयुक्त भिन्नबाट बनेको छ । एउटा सिङ्गो (1) र एउटा उपयुक्त भिन्न $\left(\frac{3}{4}\right)$ छन् । यसलाई एउटा सिङ्गो र तीन चौथाइ भनिन्छ ।

(ख) 7/4 

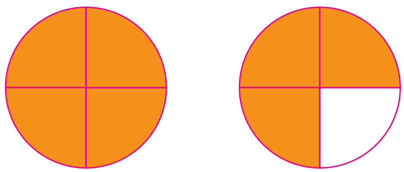
यो अनुपयुक्त भिन्न हो किनकि हरभन्दा अंश ठुलो छ ।

एक पटक विचार गर्नुहोस्,

(क) र (ख) मा उही भिन्न देखाइएको छ । उही भिन्नलाई अनुपयुक्त भिन्न र मिश्रित भिन्नमा देखाउन सकिने रहेछ । अब, मिश्रित भिन्नलाई अनुपयुक्त भिन्नमा बदल्ने तरिका हेरौँ :

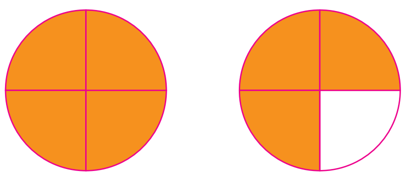
दुई विधि हेर्नुहोस् :

- सिङ्गो र हर गुणन गरी अंशलाई जोड्ने र हर उही राख्ने : $\frac{1 \times 4 + 3}{4} = \frac{4}{7}$
- सिङ्गोलाई पूराको भिन्नमा बदल्ने : $1 = \frac{4}{4}$ र $\frac{4}{3}$ जोड्दा : $\frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4+3}{4} = \frac{7}{4}$
- फेरी, $\frac{7}{4}$ बाट कसरी $1\frac{3}{4}$ हुन्छ त ? हेर्नुहोस् :



$\frac{7}{4}$

यो भिन्न $\frac{7}{4}$ हो । यसलाई अर्को तरिकाले लेख्दा,



$\frac{4}{4}$ $\frac{3}{4}$

अब, दुवै समान हर भिन्नको जोडको नियम अनुसार जोडौँ :

$\frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4+3}{4} = \frac{7}{4}$

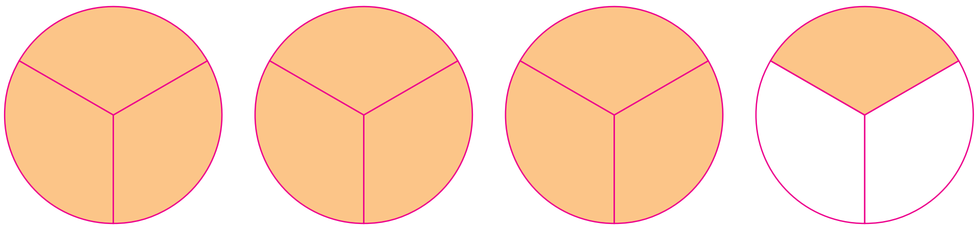
अब तपाईँलाई प्रस्ट भयो होला मिश्रित भिन्न र अनुपयुक्त भिन्नलाई एक अर्कामा कसरी वदल्न सकिन्छ ।

मिश्रित भिन्न समावेश भएको जोड र घटाउ

उदाहरण 1 : चारओटा सिङ्गो र एउटा एक तिहाइमा एउटा सिङ्गो र एक तिहाइ थप्दा कति हुन्छ ?

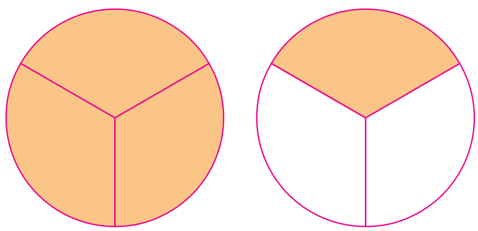
समाधान :

चारओटा सिङ्गो र एउटा एक तिहाइलाई चित्रबाट देखाउँदा,



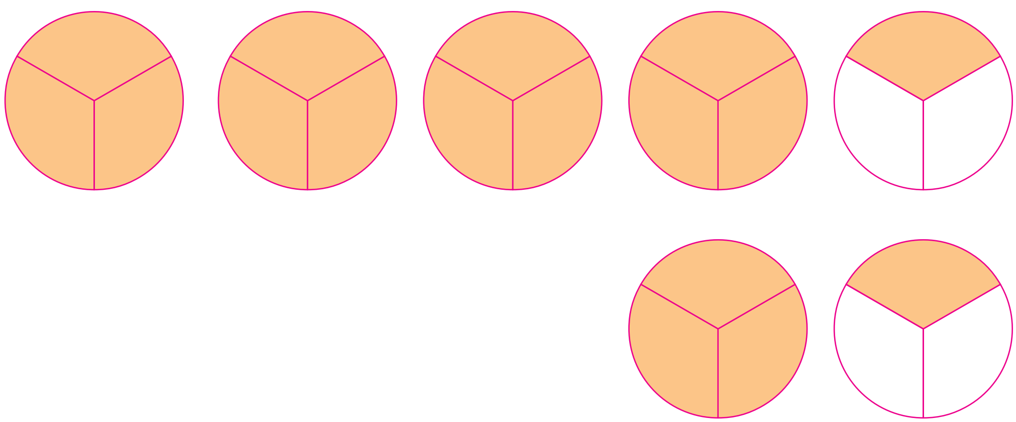
$4\frac{1}{3}$

एउटा सिङ्गो र एक तिहाइलाई चित्रमा देखाउँदा,



$1\frac{1}{3}$

सिङ्गो सिङ्गोलाई एकातिर राखी उपयुक्त भिन्नलाई अर्कोतिर राखौँ र जोडौँ :



$$4\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3} = ?$$

जम्मा पाँचओटा सिङ्गो र दुईओटा एकतिहाइ भयो । यसलाई पाँच सिङ्गो र दुईतिहाइ भनिन्छ । सङ्केतमा लेख्दा,

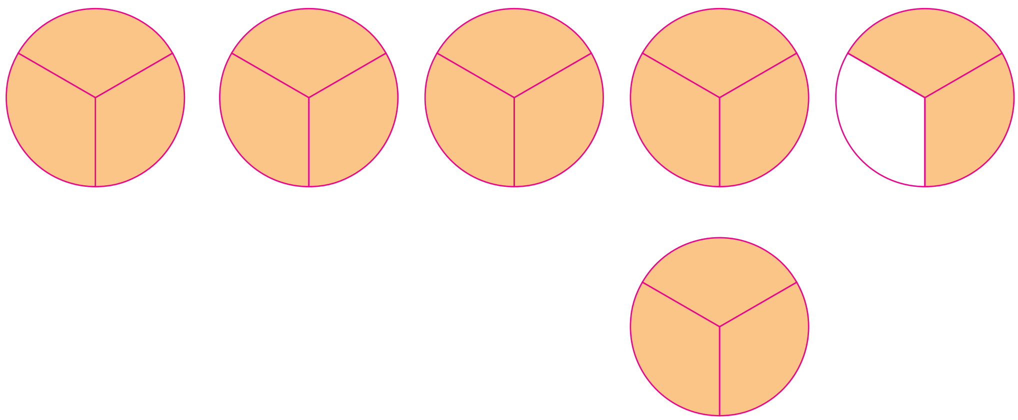
$4\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3}$ [जोडको रूपमा लेखेको]

$= 4 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ [सिङ्गो–सिङ्गो र उपुक्त भिन्नसँग (उपयुक्त भिन्न जोडेको]

$= 5 + \frac{1+1}{3}$ [उपयुक्त भिन्नको अंशमात्र जोडी हर समान राखेको]

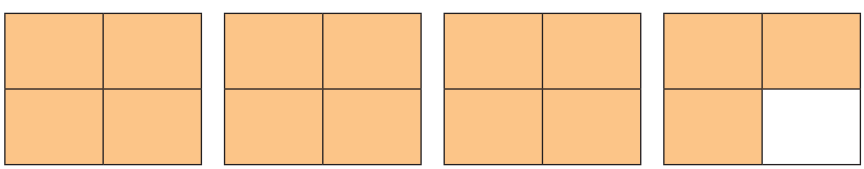
$= 5 + \frac{2}{3}$

$= 5\frac{2}{3}$, पाँचओटा सिङ्गो र एक तिहाइ भयो । यसलाई चित्रमा देखाउँदा,



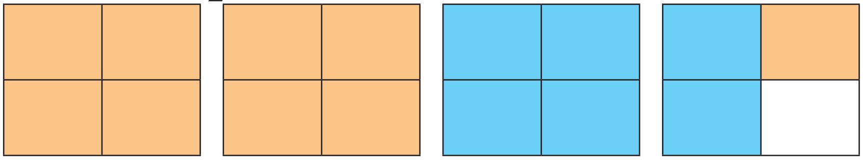
उदाहरण 2 : $3\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$

समाधान : यो मिश्रित भिन्नको घटाउको समस्या हो । यस समस्यालाई चित्रबाट देखाउँदा,



$3\frac{1}{4}$

यसबाट घटाउनुपर्ने : $1\frac{1}{2}$ अर्थात्, एउटा सिङ्गो र आधा घटाउनुपर्छ ।



यहाँ घटाएकालाई खैरो छायामा देखाइएको छ ।

अब बाँकी दुईओटा पूरा र एक चौथाइ अर्थात्, $2\frac{1}{4}$

माथिको हिसाबलाई चित्र प्रयोग नगरी समाधान गर्ने तरिका हेरौँ :

$3\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$

चरण १. मिश्रित भिन्नलाई अनुपयुक्त भिन्नमा बदल्ने

$3\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2}$

सिङ्गो र हर गुणन गरी अंश जोड्ने

$3\frac{1}{4} = \frac{4 \times 3 + 1}{4}$

$3\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$

$= \frac{4 \times 3 + 1}{4} - \frac{2 \times 1 + 1}{2}$

$= \frac{13}{4} - \frac{3}{2}$ [दुवै भिन्न अनुपयुक्त भिन्नमा बदलेका]

चरण २. दुवै अनुपयुक्त भिन्नको हरको ल.स. लिई ल.स. हरलाई ल.स.सँग बराबर बनाउने

4 का अपवर्त्य : 4, 8, 12, 16 …

2 का अपवर्त्य : 2, 4, 6, 8, 10, 12 …

सबैभन्दा सानो साझा अपवर्त्य : 4

चरण ३. दुवै भिन्नको हर 4 बनाउने र हिसाब गर्ने

यहाँ, पहिलो भिन्नको हर 4 नै छ । त्यसैले दोस्रो भिन्नको मात्र हर बदलौँ :

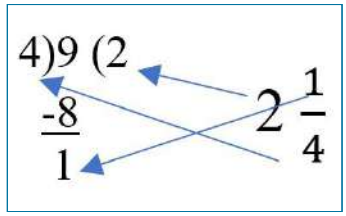
$= \frac{13}{4} + \frac{3}{2} \times \frac{2}{2}$ [दोस्रो भिन्नको हर 4 बनाउन अंश र हरमा 2 ले गुणन गरेको]

$= \frac{13}{4} - \frac{6}{4}$

$= \frac{13-6}{4}$ [समान हर भिन्नको घटाउ गर्दा हर एउटै राखेर अंशमा मात्र घटाएको]

$= \frac{7}{4}$

$= 1\frac{3}{4}$ [1 भागफल, 3 शेष, 4 भाजक हो ।]

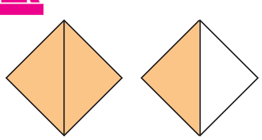


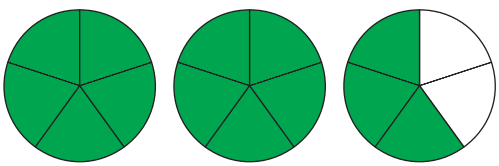
अभ्यासका लागि प्रश्न

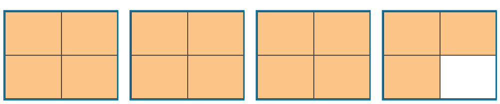
1. कुन प्रकारको भिन्न हो ? कोठामा लेख्नुहोस् । [उपयुक्त भिन्न, अनुपयुक्त भिन्न र मिश्रित भिन्न]

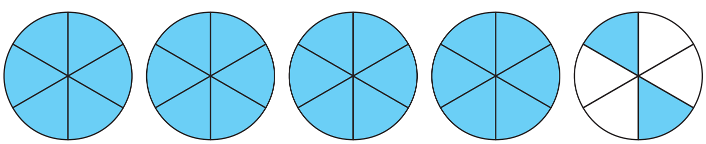
$2\frac{3}{4}$	$\frac{34}{21}$	$\frac{10}{7}$ ....
$\frac{5}{5}$	$1\frac{1}{2}$	$\frac{6}{5}$ ....

2. तलका रङ भरेका चित्रलाई मिश्रित भिन्नमा लेख्नुहोस् :

 ______________________

 ______________________

 ______________________

 ______________________

3. भिन्नको जोड गर्नुहोस् :

(क) $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$ (ख) $\frac{5}{7} + \frac{13}{14}$ (ग) $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{6}$ (घ) $5\frac{1}{6} + 3\frac{2}{5}$

4. भिन्नको घटाउ गर्नुहोस् :

(क) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ (ख) $5\frac{2}{5} - 3\frac{1}{10}$ (ग) $6\frac{5}{7} - 2\frac{1}{8}$ (घ) $5\frac{3}{4} - 1\frac{5}{12}$

5. भिन्नको हिसाब गर्नुहोस् :

(क) $2\frac{3}{5} + 1\frac{1}{5}$ (ख) $5\frac{5}{7} - 2\frac{4}{7}$ (ग) $3\frac{4}{5} - 1\frac{1}{10}$ (घ) $10\frac{6}{7} + 4\frac{2}{14}$

(ङ) $5\frac{8}{9} - 4\frac{1}{6}$ (च) $3\frac{4}{9} - \frac{1}{2} + 1\frac{1}{12}$

6. मीनाले विद्यालयबाट घर आएपछि $\frac{21}{2}$ बिस्कुट खाइन् र महेशले $\frac{35}{6}$ बिस्कुट खाए भने दुवैले जम्मा कति बिस्कुट खाए ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

7. हरिसँग छ $\frac{4}{5}$ बिस्कुट थियो । उसले सो बिस्कुटबाट $\frac{12}{5}$ भाग बिस्कुट खायो भने अब ऊसँग कति बिस्कुट बाँकी रहेको होला ? हिसाब गर्नुहोस् ।

पाठ : 12 भिन्नको गुणन र भाग
(Multiplication and Division of Fraction)

भिन्नको गुणन (Multiplication of Fraction)

हामीलाई थाहा छ, गुणन जोडको छोटो रूप हो । एउटै सङ्ख्या एक भन्दा धेरै पटक दोहोरिएर जोडिएको छ भने त्यसलाई छोटकरीमा गुणनको रूपमा लेखिन्छ । तपाईँले चार पटक आधा आधा स्याउ खानुभयो भने यसलाई कसरी लेखिन्छ ? हेरौँ :

स्याउका चारओटा आधा	
विचार गर्नुहोस् : चारओटा आधा जोड्दा दुईओटा पूरा स्याउ हुन्छ ।	आधा चार पटक $= \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $= \frac{1}{2}$ स्याउ चारपटक $= \frac{1}{2} \times 4$ $= \frac{1 \times \cancel{4}^{2}}{\cancel{2}}$ $= \frac{4}{2}$

यहाँ, $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times 4=\frac{4}{2}$ हुँदो रहेछ । यो गुणन क्रियाबाट भएको हो । चारओटा भिन्नको अंशमा

अब विचार गर्नुहोस् : $\frac{1}{2}\times 4$ बाट कसरी $\frac{4}{2}$ हुन्छ ?

पक्कै पनि अनुमान गर्नुभयो होला । कुनै भिन्नलाई 4 जस्ता पूर्णसङ्ख्याले गुणन गर्दा पूर्णसङ्ख्याले अंशमा मात्र गुणन हुन्छ । अर्को उदाहरण पनि हेरौँ :

उदाहरण 1 : गुणन गर्नुहोस् : $\frac{3}{5}\times 6$

नियम : पूर्णसङ्ख्या 6 ले भिन्नको अंशमा मात्र गुणन गर्ने :

$$\frac{3}{5} \times 6$$
$$= \frac{3 \times 6}{5}$$
$$= \frac{18}{5}$$ उत्तर ।

उदाहरण 2 : गुणन गर्नुहोस् : $6 \times \frac{3}{8}$

समाधान : यस उदाहरणमा गुणन गर्ने पूर्णसङ्ख्या पहिला र भिन्नसङ्ख्या पछि दिइएको छ । तर गुणन गर्ने नियम भने एउटै हो । त्यसैले पूर्णसङ्ख्याले भिन्नको अंशमा मात्र गुणन गर्नुपर्छ । अतः

$$6 \times \frac{3}{8}$$
$$= \frac{6 \times 3}{8}$$
$$= \frac{18}{8}$$

यो भिन्नलाई थप सानो स्वरूपको भिन्नमा बदल्न सकिन्छ । यसका लागि हर र अंशमा भएका सङ्ख्याको खण्डीकरण गर्नुपर्छ । जस्तै :

$$\frac{18}{8} = \frac{2 \times 9}{2 \times 4}$$
$$= \frac{9}{4}$$
$$= 2\frac{1}{4}$$ उत्तर ।

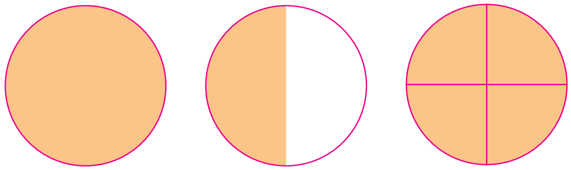
भिन्नले भिन्नलाई गुणन

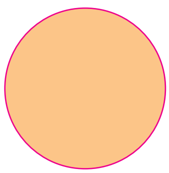
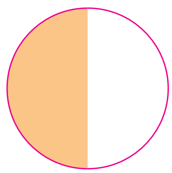
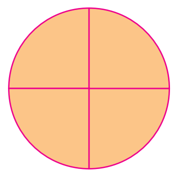
छलफल गरौँ :

- आधाको आधा कति हुन्छ ?
- आधाको आधालाई भिन्नमा कसरी लेख्ने ?
- आधाको आधालाई चित्रमा कसरी देखाउने ?

क्रियाकलाप 1 : एउटा आयतकार कागज लिनुहोस् । सो कागजलाई आधामा बाँड्नुहोस् । आधामा छाया पार्नुहोस् । पुनः सो कागजलाई अर्कोतिरबाट पट्याएर आधाको पनि आधा गर्नुहोस् । अब तपाईँले आधाको आधा भनेको कति हुन्छ ? भिन्नमा लेख्नुहोस् ।

उदाहरण 1 : तलको चित्रमा एउटा गोलाकार पूरा कागज, सो कागजको आधार र आधाको पनि आधा दिइएको छ । यसरी आधा बनाउने र आधाको पनि आधा बनाउने काम गुणन क्रिया हो । तलको चित्रमा हेर्नुहोस् :



	 $\frac{1}{2}$	 $\frac{1}{4}$
पूरा वा सिङ्गो कागज	पूराको आधा	आधाको आधा (half of half), यहाँ या ले गुणन क्रिया जनाउँछ ।
1	$\frac{1}{2}$	half *of* half $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ आधा $\left(\frac{1}{2}\right)$ को $(\times)$ आधा $\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$

माथिको तालिकाबाट ढाँचा हेरी, भिन्नलाई भिन्नले गुणन गर्ने नियम बनाऔँ :

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

माथिको उदाहरणमा के गऱ्यो भने $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ हुन्छ ?

उत्तर : अंशले अंशलाई गुणन गर्ने र हरले हरलाई गुणन गर्ने

त्यसैले,

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{1\times 1}{2\times 2}\,\frac{1}{4}$$

सारांशमा, भिन्नको गुणनका दुई नियमहरू सम्झौँ :

नियम 1:	भिन्नलाई पूर्णसङ्ख्याले गुणन गर्दा पूर्णसङ्ख्याले भिन्नको अंशमा मात्र गुणन गर्ने
नियम 2:	भिन्नले भिन्नलाई गुणन गर्दा दुवै भिन्नको अंशसँग अंश र हरसँग हरले गुणन गर्ने

क्रियाकलाप 1:

गुणन गर्नुहोस् :

(क) पूर्णसङ्ख्या र भिन्नको गुणन	(ख) भिन्नसँग भिन्नको गुणन
$5\times\frac{4}{7}$	$\frac{4}{5}\times\frac{1}{9}$
$=\frac{5\times 4}{7}$	$=\frac{4\times 1}{5\times 9}$
$=\frac{20}{7}$	$=\frac{4}{45}$

उदाहरण 2 : भिन्न $\frac{5}{7}$ को 9 गुणा कति हुन्छ ?

समाधान : $\frac{5}{7}$ को 9 गुणा

$=\frac{5}{7}\times 9$

$=\frac{45}{7}$ उत्तर

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. गुणन गर्नुहोस् :

(क) $4 \times \frac{3}{5}$ (ख) $10 \times \frac{5}{7}$ (ग) $\frac{2}{3} \times 5$ (घ) $45 \times \frac{4}{5}$

2. गुणन गर्नुहोस् :

(क) $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ (ख) $\frac{7}{9} \times \frac{2}{7}$ (ग) $\frac{5}{6} \times \frac{6}{11}$ (घ) $\frac{6}{5} \times \frac{2}{9}$

3. भिन्नको गुणन प्रयोग गरी पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) 10 को आधा (ख) 12 को $\frac{1}{2}$ (ग) 5 को $\frac{3}{5}$ (घ) 15 को एक तिहाइ

(घ) 20 लाई $\frac{1}{2}$ ले गुणन गरी आएको उत्तरलाई पुनः $\frac{2}{3}$ ले गुणन गर्नुहोस् ।

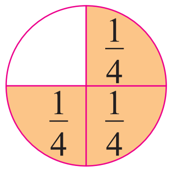
परियोजना कार्य

20 से.मि. को कागज लिई त्यसलाई आधा गर्नुहोस् । सो आधाको पनि आधा हुने गरी पट्याउनुहोस् । त्यसरी पट्याउँदा बन्ने सबैभन्दा सानो भागको नाप (लम्बाइ) कति छ पत्ता लगाउनुहोस् । त्यसरी आउने नापसँग $20 \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}$ हिसाब गर्दा आउने उत्तरको तुलना गर्नुहोस् । ती तपाईंको कागज पट्याउँदा बन्ने सबैभन्दा सानो कोठाको लम्बाइ र यस हिसाबको सम्बन्ध के छ ? लेख्नुहोस् ।

भिन्नको भाग Division of Fraction

तलको उदाहरण हेर्नुहोस् :

$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$ एउटा भिन्नको भागको समस्या हो । यहाँ, तीन चौथाइलाई एक चौथाइले भाग गरेको छ । यो भागको समस्याले "तीन चौथाइलाई एक चौथाइका कतिओटा भागमा बाँड्न सकिन्छ ?" भनेको हो ।



चित्रमा,

यो चित्रमा $\frac{3}{4}$ लाई तीनओटा एक चौथाइ $\left(\frac{1}{4}\right)$ मा बाँडिएको छ । त्यसैले $\frac{3}{4}$ लाई तीनओटा एक चौथाइमा बाँड्न सकिने रहेछ ।

त्यसैले यसको उत्तर : = 3 हो ।

यो भागको हिसाबलाई गणितीय रूपमा कसरी देखाउन सकिन्छ चरणहरू हेरौँ :

चरण एक : हर र अंशको रूपमा लेख्ने:

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}}$$

चरण दुई : हरमा भएको एक चौथाइलाई काटेर 1 बनाउन भाजकलाई उल्टाएर हर र अंशमा गुणन गर्ने :

$$= \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{\cancel{4}}} \times \frac{\frac{4}{1}}{\frac{\cancel{4}}{1}}$$

चरण तीन हिसाब गर्ने । यस अवस्थामा, दिइएको भिन्नमा भाज्य जस्ताको तस्तै र भाजक उल्टिएर आउँछ ।

$$= \frac{3}{4} \times \frac{4}{1}$$

चरण चार भागफल लेख्ने

$$= \frac{3}{4} \times \frac{4}{1} = 3$$

नोट : भिन्नको यस्तो भागमा दोस्रो चरण नगरी सिधै पहिलो चरणबाट तेस्रो चरण लेख्दा पनि भागफल उही आउँछ। यसका लागि भाज्यलाई जस्ताको तस्तै र भाजकलाई उल्टाएर गुणन चिह्न पछि लेख्ने । यो नियमबाट पनि भाग गर्न सकिन्छ । केही उदाहरण हेरौँ :

उदाहरण 1 : $\frac{5}{7}$ र $\frac{1}{7}$

पहिलो तरिका

$$\frac{5}{7} \text{ र } \frac{1}{7}$$

$$= \frac{\frac{5}{7}}{\frac{1}{7}}$$

$$= \frac{\frac{5}{7}}{\frac{1}{\cancel{7}}} \times \frac{\frac{7}{1}}{\frac{\cancel{7}}{1}}$$

$$= \frac{5}{7} \times \frac{7}{1} = 5$$

छोटो तरिका

$$\frac{5}{7} \div \frac{1}{7}$$

$\frac{5}{7} \times \frac{7}{1} = 5$ [भाजकलाई उल्टाएर गुणन गरी लेख्ने]

उदाहरण 2 : $\frac{3}{5} \div \frac{3}{4}$

छोटो तरिकाबाट भाग गर्दा,

$$\frac{3}{5} \div \frac{3}{4}$$

$$= \frac{\cancel{3}}{5} \div \frac{4}{\cancel{3}} \qquad \text{[भाजकलाई उल्टाएर गुणन गरेको]}$$

$$= \frac{4}{5}$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

भिन्नको भाग गर्नुहोस् :

1. $\frac{4}{7} \div \frac{1}{4}$ 2. $\frac{8}{17} \div \frac{4}{17}$ 3. $\frac{4}{25} \div \frac{2}{25}$

4. $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$ 5. $\frac{1}{2} \div \frac{4}{7}$ 6. $\frac{5}{6} \div \frac{2}{3}$

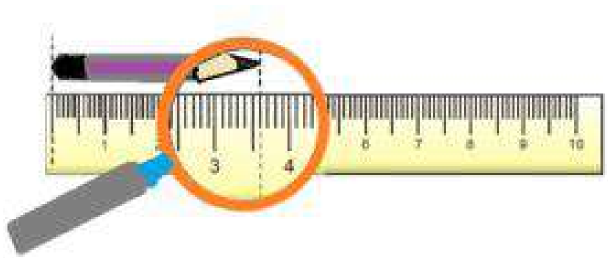
7. $\frac{5}{6}$ लाई $\frac{1}{6}$ का कतिओटा भागमा बाँड्न सकिन्छ ?

8. एउटा बिस्कुटको प्याकेटमा $\frac{7}{11}$ भाग बिस्कुट थियो । सो बिस्कुटबाट $\frac{1}{11}$ बिस्कुट कति जनाले खान सक्छन् ?

पाठ : 13 दशमलव (Decimal)

हामीले विभिन्न सामानको तौल लिने गर्छौं, के तौल सधै पूर्णाङ्कमा आउँछ त ? हो पक्कै पनि आउँदैन । जस्तै : सबिनको शरीरको तौल 35 kg, तरकारीको तौल 1.25 kg छ । त्यसै गरी हामीले विभिन्न सामानको लम्बाइ, चौडाइ नापेको देखेका छौं । ती वस्तुको लम्बाइ पनि दशमलवमा हुन सक्छ । जस्तै : तल देखाइएको पहिलो चित्रमा एउटा सुनको सिक्रीको तौल मापन गरिएको छ भने दोस्रो चित्रमा एउटा सिसाकलमको लम्बाइ मापन गरिएको छ ।

तौल मापन



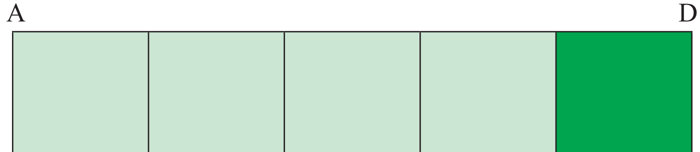
पेन्सिलको लम्बाइ मापन

माथिको उदाहरणमा सुनको सिक्रीको तौल 9.8 gram छ जुन दशमलव सङ्ख्या हो । त्यसै गरी सिसाकलमको लम्बाइ 3.6 cm छ जुन दशमलव सङ्ख्या हो । यसरी हाम्रो दैनिक जीवनमा विभिन्न काम फत्ते गर्ने सिलसिलामा दशमलव सङ्ख्याको प्रयोग गर्ने गरिन्छ । अब भन्नुहोस, दशमलव सङ्ख्यालाई कहाँ कहाँ प्रयोग गर्न सकिन्छ ?

दशमलव सङ्ख्याको परिचय (Introduction of Decimal Number)

दशांशको परिचय (Introduction of Tenths)

आयातकार आकारमा रहेको हितमानको जग्गा ABCD तल चित्रमा देखाइएको छ । उनले आफ्नो घरव्यवहार मिलाउनका लागि आफूसँग भएको उक्त जग्गालाई बराबर क्षेत्रफल हुने गरी 5 भाग लगाएर 1 भाग (हरियो रङ लगाएको) बेच्ने निधो गरेका छन् ।



रङ्गाइएको भागलाई भिन्नमा $\frac{1}{5}$ लेखिन्छ । यसलाई हर र अंश दुवै भागमा 2 ले गुणन गर्‍यौँ भने $\frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10}$ हुन्छ । दशमलवमा 0.2 लेखिन्छ । यसलाई दुई दशांश भनिन्छ । पढ्दा शून्य दशमलव दुई भनिन्छ ।

यसरी, $\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{6}{10}, \frac{9}{10}$ आदिको हरमा 10 छ । त्यसैले यिनीहरूलाई दशांश भनिन्छ र दशमलवमा क्रमशः 0.1, 0.3, 0.6, 0.9 लेखिन्छ ।

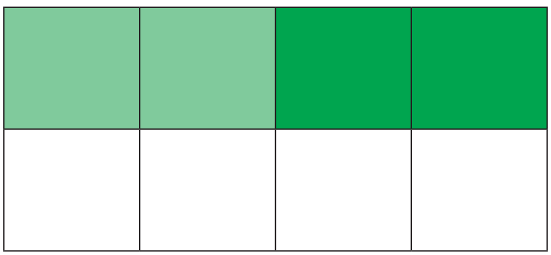
उदाहरण 1 : तलका चित्रमा छाया पारिएको भागलाई भिन्न र दशमलवमा लेख्नुहोस् :

(i)

भिन्न $= \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{10}$

दशमलव $= \frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{10} = 0.6$

(ii)

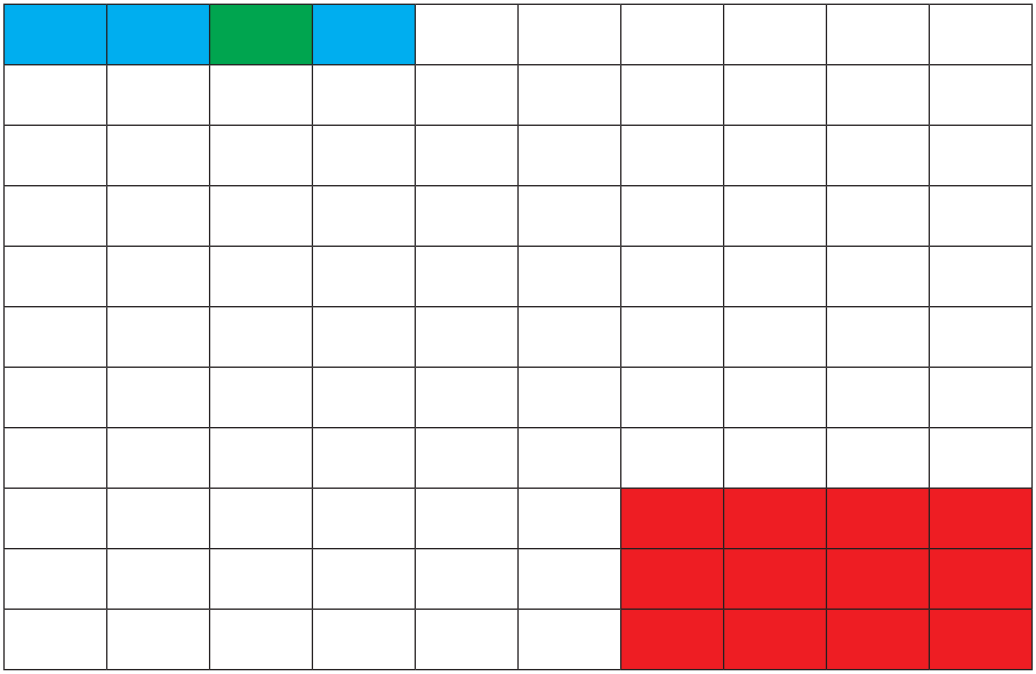


भिन्न $= \frac{4}{8}$

दशमलव $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{10} = 0.5$

सयांशको परिचय (Introduction of Hundredths)

समिरले आयातकार आकारमा रहेको जग्गा plotting गर्ने मानिसलाई बेचिदिएछन् । उसले सो जग्गालाई 100 ओटा घडेरी बनाई ठुलो बस्ती बसाउने उद्देश्य राखेर बेच्ने निधो गरेछन् । चित्रमा हरियो रङ लगाएका 4 ओटा घडेरी बिक्री भइसकेका रहेछन् । त्यसै गरी रातो रङ लगाएर राखेका 12 ओटा घडेरी बुकिङ भएका रहेछन् । यस आधारमा तल सोधिएका प्रश्नमा छलफल गरौँ है त :



(क) हरियो रङ लगाइएका जग्गाको टुक्राहरूलाई भिन्नमा कति लेखिन्छ ?

(ख) हरियो रङ लगाइएको जग्गाको टुक्रालाई दशमलवमा कति लेखिन्छ र यसलाई के भनेर पढिन्छ ?

(ग) रातो रङ लगाइएको जग्गाका टुक्रालाई भिन्नमा कति लेखिन्छ ?

(घ) रातो रङ लगाइएको जग्गाको टुक्रालाई दशमलवमा कति लेखिन्छ र यसलाई के भनेर पढिन्छ ?

हो पक्कै पनि हरियो रङ लगाएको जग्गाका टुक्रालाई भिन्नमा $\frac{4}{100}$ लेखिन्छ र 4 सयांश भनिन्छ । यसलाई दशमलवमा लेख्दा 0.04 लेखिन्छ । पढ्दा शून्य दशमलव शून्य चार भनी पढिन्छ । त्यसै गरी, रातो रङ लगाएको जग्गाको टुक्राहरूलाई भिन्नमा $\frac{12}{100}$ लेखिन्छ र 12 सयांश भनिन्छ । यसलाई दशमलवमा लेख्दा 0.12 लेखिन्छ । पढ्दा शून्य दशमलव एक दुई भनी पढिन्छ ।

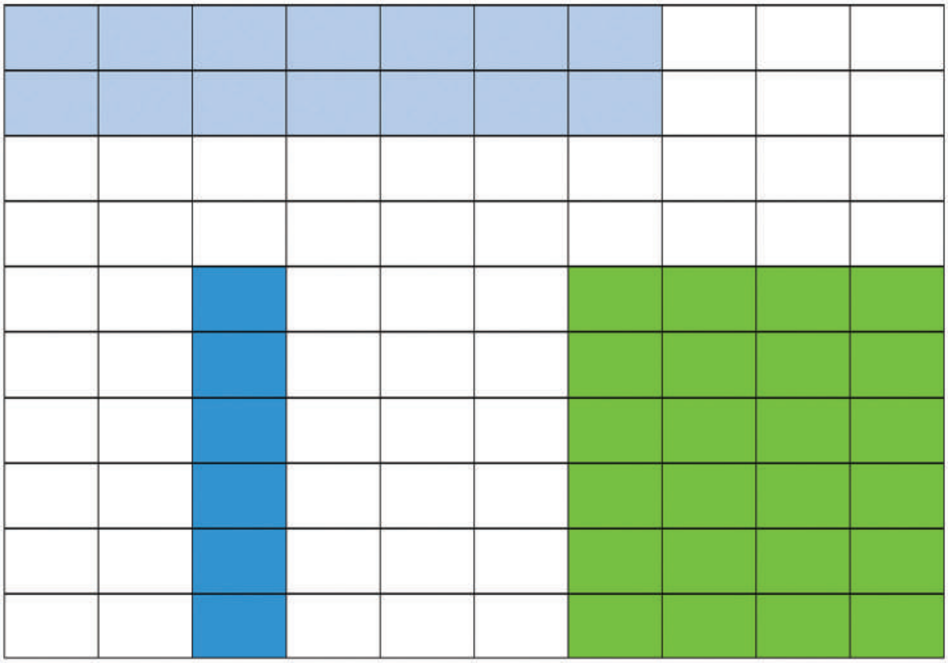
यसरी, $\frac{6}{100}, \frac{9}{100}, \frac{19}{100}, \frac{51}{100}$ आदिको हरमा 100 छ । त्यसैले यिनीहरूलाई सयांश भनिन्छ र दशमलवमा क्रमशः 0.06, 0.09, 0.19, 0.51 लेखिन्छ ।

उदाहरण 2 : तलको चित्रमा एउटा ठुलो जग्गालाई साना साना टुक्रा बनाई फरक फरक रङबाट छाया पारिएको छ ।

(क) ठुलो जग्गालाई कतिओटा टुक्रामा विभाजन गरिएको छ ? लेख्नुहोस् ।

(ख) जम्मा कतिओटा टुक्रामा छाया पारिएको छ ?

(ग) उक्त छाया पारिएको भागलाई भिन्नमा लेखी दशमलवमा लेख्नुहोस् :



(क) जग्गालाई जम्मा सयओटा टुक्रामा विभाजन गरिएको छ ।

(ख) कालो 14, निलो 6 र हरियो 24 गरी जम्मा 44 ओटा टुक्रामा छाया पारिएको छ ।

(ग) छाया पारिएको भागलाई भिन्न र दशमलवमा लेख्दा :

(अ) कालो छाया पारिएको भागलाई भिन्न र दशमलवमा लेख्दा :

भिन्न $= \frac{14}{100}$

दशमलव $= 0.14$

(आ) निलो छाया पारिएको भागलाई भिन्न र दशमलवमा लेख्दा,

भिन्न $= \frac{6}{100}$

दशमलव = 0.06

(इ) हरियो छाया पारिएको भागलाई भिन्न र दशमलवमा लेख्दा,

भिन्न $= \frac{24}{100}$

दशमलव = 0.24

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. सँगै दिइएको चित्रमा बालक कोठा कोठा बनाएर एक खुट्टे खेल खेलिरहेका छन् ।

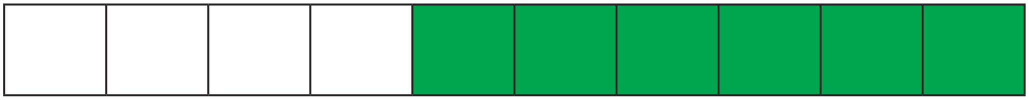
(क) जम्मा कतिओटा कोठा छन् ।

(ख) यदि 1, 2 र 3 लेखेका तीनओटा कोठामा छाया पार्ने हो भने भिन्न र दशमलवमा कति कति लेखिन्छ ?

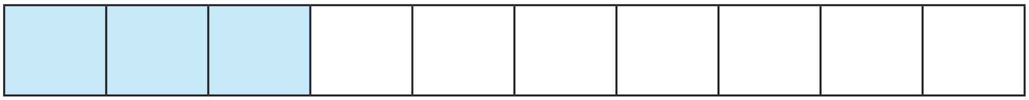
(ग) यदि सबै कोठामा छाया पार्ने हो भने भिन्नमा कति लेखिन्छ, के सो परिणाम दशमलवमा हुन्छ त ? कारणसहित लेख्नुहोस् ।

2. तलका चित्रमा छाया पारिएको भागलाई भिन्नमा लेखी दशमलवमा लेख्नुहोस् :

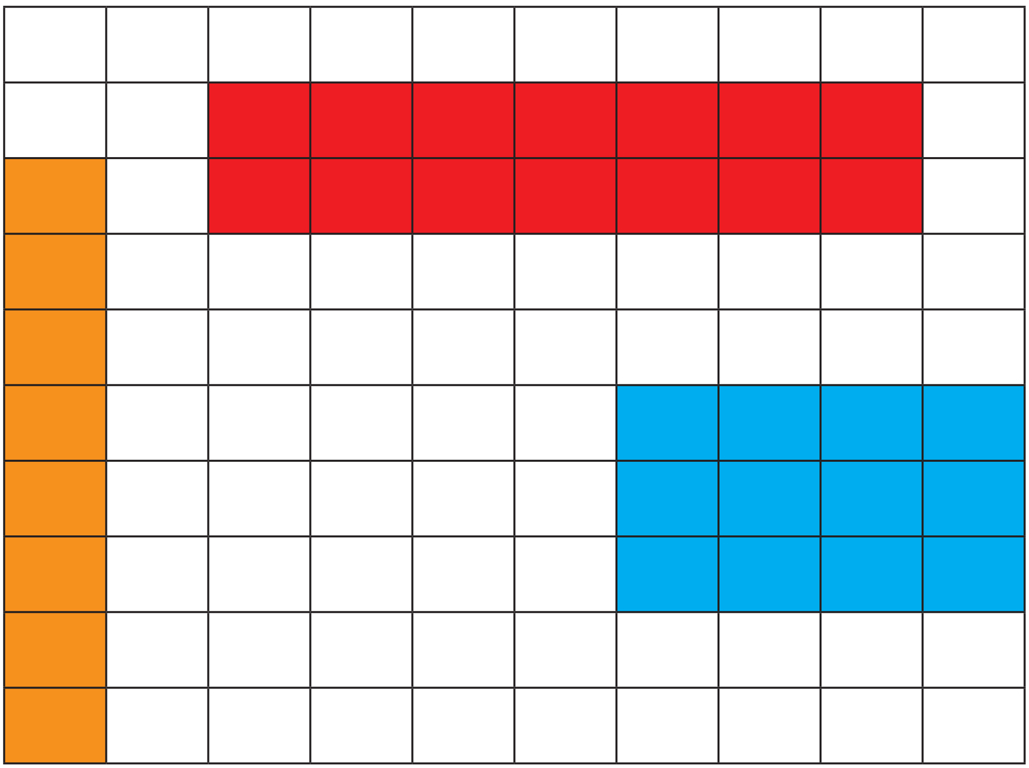
(क)



(ख)



3. तलको चित्रमा रातो रङ, पहेलो र निलो रङ लगाई विभिन्न भागमा छाया पारिएको छ । ती प्रत्येक भागलाई भिन्नमा लेखी दशमलवमा लेख्नुहोस् :

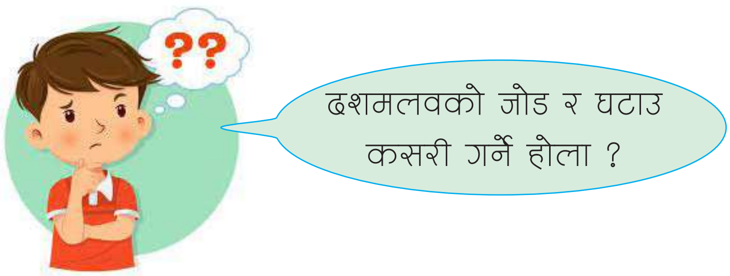


5. तल दिइएका भिन्नलाई दशमलवमा लेख्नुहोस् :

(क) $\frac{2}{10}$	(ख) $\frac{5}{10}$	(ग) $\frac{7}{10}$	(घ) $\frac{8}{10}$
(ङ) $\frac{15}{100}$	(च) $\frac{29}{100}$	(छ) $\frac{75}{100}$	(ज) $\frac{91}{100}$

दशमलव सङ्ख्याको जोड र घटाउ (Addition and Subtraction of Decimal number)

दशमलव सङ्ख्याको बारेमा त थाहा भयो :



पाठ : 14 दशमलव सङ्ख्याको जोड र घटाउ (Addition and Subtraction of Decimal)

दशमलव सङ्ख्याको जोडको धारणा (Concept of the Addition of Decimal Numbers)

सङ्गीता अफिसबाट छ बजे घर फर्किन्छिन् । फर्किदा, आफूलाई चाहिने सामान किनेर ल्याउने गरेकी छन् । एकदिन (बुधबार) तल उल्लेख गरिएका सामान लिएर आइन् :

मसला	जिरा = 0.25 gram धनियाँ = 0.50 gram
तरकारी	काउली = 2.25 kg गोलभैँडा = 1.50 kg सिमी = 1.75 kg
फलफूल	काउली = 2.25 kg गोलभैँडा = 1.50 kg सिमी = 1.75 kg

सो दिन उनले के के सामान किनेर ल्याइन् ? जम्मा मसला आइटम कति ल्याइन् ? तरकारी जम्मा जम्मी कति kg ल्याइछन् ? र फलफूल जति सबै जोड्दा कति kg ल्याइछन् ? यी सबै प्रश्नको उत्तर के के हुन सक्छ र कसरी गर्ने होला ?

(क) सङ्गीताले किनेका मसला :

जिरा = 0.25 gram मा कतिओटा 0.01 छन् भन्यो भने त्यसको उत्तर के हुन्छ ? त्यसको उत्तर 25 वोटा 0.01 छन् भन्ने नै हुनुपर्छ । त्यसै गरी धनियाँ = 0.50 gram मा कतिओटा 0.01 छन् त, भन्यो भने त्यसको उत्तर हो पक्कै पनि 50 ओटा 0.01 छन् भन्ने नै हुनुपर्छ । अब यिनलाई जोडौँ है त ।

अर्को तरिका	
एक	दशांश
0	25
+ 0	5
0	75
0.25 gram + 0.50 gram = 0.75 gram	

0.25 gram + 0.50 gram = 25ओटा 0.01 + 50ओटा 0.01

= 75ओटा 0.01 ($\therefore$ 25 र 50 जोड्दा 75 हुन्छ)

= 0.75 ($\therefore$ 0.25 भनेको 25 ओटा 0.01 हुन्छ भने 75 ओटा 0.01 भनेको 0.75 हुनुपर्‍यो है न त !)

(ख) सङ्गीताले किनेको जम्मा जम्मी तरकारी :

2.25 kg + 1.50 kg + 1.75 kg

= 225 वोटा 0.01 + 150 ओटा 0.01+ 175 ओटा 0.01

= 550 ओटा 0.01

= 5.50 kg

अर्को तरिका	
एक	दशांश
2	25
1	50
+1	75
4	50
5 kg + 0.50 gram = 5.50 kg	

(ग) सङ्गीताले किनेको जम्मा जम्मी फलफूल : (स्याउ + आँप)

1.25 kg + 3.50 kg

= 125 ओटा 0.01 + 350 ओटा 0.01

= 475 ओटा 0.01

= 4.75 kg

अर्को तरिका	
एक	दशांश
1	25
+3	50
4	75
4 + 0.75 = 4.75 kg	

दशमलव सङ्ख्याको घटाउको धारणा (Concept of the Subtraction of Decimal Numbers)

सङ्गीताले किनेको मसलामा धनियाँ र जिराको फरक

0.50 gram - 0.25 gram

= 50 ओटा 0.01 – 25 ओटा 0.01

= 25 ओटा 0.01

= 0.25 kg

गोलभेँडा र सिमीको जोड्दा काउली भन्दा कतिले धेरै हुन्छ ?

गोलभेँडा र सिमीको जम्मा तौल :

1.50 kg + 1.75 kg = 3.25kg

हेरौँ है त फरक,

3.25kg – 2.25 kg = 325 ओटा 0.01 – 225 ओटा 0.01

= 100ओटा 0.01

= 1.00 kg

अर्को तरिका	
एक	दशांश
3	25
–2	25
1	0
3.25 – 2.25 = 1.00 kg	

आँप र स्याउको फरक: 3.50kg – 1.25 kg

= 350 ओटा 0.01 – 125 ओटा 0.01

= 225 ओटा 0.01

= 2.25 kg

अर्को तरिका	
एक	दशांश
3	50
–1	25
2	25
3.50 – 1.25 = 2.25 kg	

निष्कर्ष : दशमलव सङ्ख्या जोड्न वा घटाउनका लागि दुवैलाई एउटै ढाँचा दशमलवमा रूपान्तरण गर्नुपर्छ ।

परियोजना कार्य

आफ्नो घरको नजिकको पसलमा जानुहोस् र पसलेसँग सोधेर कुनै तीन थरी सामान (जस्तै : चिउरा, प्याज र दाल) पालैपालो डिजिटल तराजुमा राख्नुहोस् । तिनीहरूको तौल कति भयो कापीमा अलग अलग टिपोट गर्नुहोस् र गणितीय वाक्यमा लेखी जम्मा तौल पत्ता लगाउनुहोस् ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. **योगफल पत्ता लगाउनुहोस् :**

(क) 0.007 + 8.5 + 30.08 (ख) 15 + 0.632 + 13.8

(ग) 27.076 + 0.55 + 0.004 (घ) 25.65 + 9.005 + 3.7

(ङ) 0.75 + 10.425 + 2 (च) 280.69 + 25.2 + 38

2. **सरल गर्नुहोस् :**

(क) 32.22 + 71.28 (ख) 1.4 + 71.23

(ग) 53.785 + 24.12 (घ) 174.68 – 21.32

(ङ) 36.5 – 23.14 (च) 312.275 – 25.68

(छ) 7.8 – 9.25 + 4.08 (ज) 5.09 – 2.26 + 6.34

3. सविनले 30.41 कि.मि. दुरी बसबाट र 20.2 कि.मि. दुरी मोटरसाइकलको प्रयोग गरी पार गरेछन् । जम्मा कति दुरी पार गरेछन् ।

4. 85 किलोग्राम तौल भएको मानिसले योग एवम् दौडिने आदि अभ्यासबाट पहिलो महिनामा 12.91 किलोग्राम र दोस्रो महिनामा 9.28 किलोग्राम तौल घटायो भने अब उसको तौल कति किलोग्राम, भए होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. क्रिस्टिनाले आफ्ना भतिजा भतिजीलाई 80.25 रुपियाँको गुँदपाक

र 15.75 रुपियाँका चकलेट किनिन् । पसलेलाई 100 रुपियाँको नोट दिइन् भने उनले कति रुपियाँ फिर्ता पाइन् होला ?

6. काठमाडौँबाट पोखरासम्म 200 कि.मि. छ । सुन्तलीले 114.375 कि.मि. बसबाट र 66.305 कि.मि. ट्याक्सीबाट यात्रा गरिन् भने अब कति कि.मि. यात्रा गर्न बाँकी होला ?

7. एउटा कामदारले 25.32 किलोग्राम बालुवा, 27.12 किलोग्राम माटो र 12.12 किलोग्राम सिमेन्ट एउटा डोकामा बोकेर विस्तारै हिँडिरहेका छन् ।

(क) उनले जम्मा कति किलोग्राममा बोकेर हिँडिरहेका छन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) बाटामा जाँदा जाँदै 4.43 किलोग्राम बालुवा थैला चुहिएर घटेछ भने घरमा कति किलोग्राम सामान पुऱ्याए होलान् ?

8. सगुनले 2.5 के.जी. का 3 ओटा चियाका बट्टाहरू, 15.25 के.जी. चामल र 11.75 के.जी. आलु किनेर ल्याइछन् भने,

(क) उनले जम्मा कति के.जी. सामान किनेर ल्याइछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) शनिबारको दिन सगुनको घरमा पाहुना आएछन् । उनले 1.5 के.जी. आलु, 0.5 के.जी. चिया र 5.5 के.जी. चामल खर्च भएछ भने अब उनीसँग जम्मा कति के.जी. समान बाँकी छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

पाठ: 15 दशमलव सङ्ख्याको गुणन र भाग (Multiplication and Division of Decimal)

दशमलव सङ्ख्याको गुणना (Concept of the Multiplication of Decimal Numbers)

रश्मीले कालीमाटी तरकारी बजारमा थोक मूल्यमा रु.8.50 प्रतिकिलोमा डेढ किलो (1.5 kg) तरकारी किनिन् भने उनले कति रुपियाँ तिरिन् होला ?

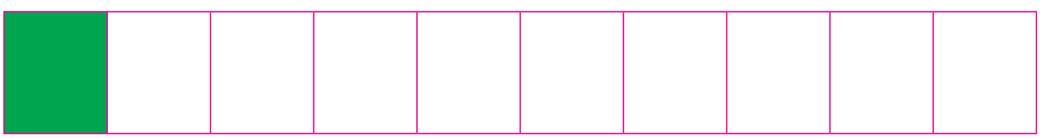
कसरी थाहा पाउने होला, यो थाहा पाउन गणितको कुन धारणा थाहा प्रयोग गर्नुपर्छ ? हो पक्कै पनि गुणन धारणाको प्रयोग गर्नुपर्छ ।

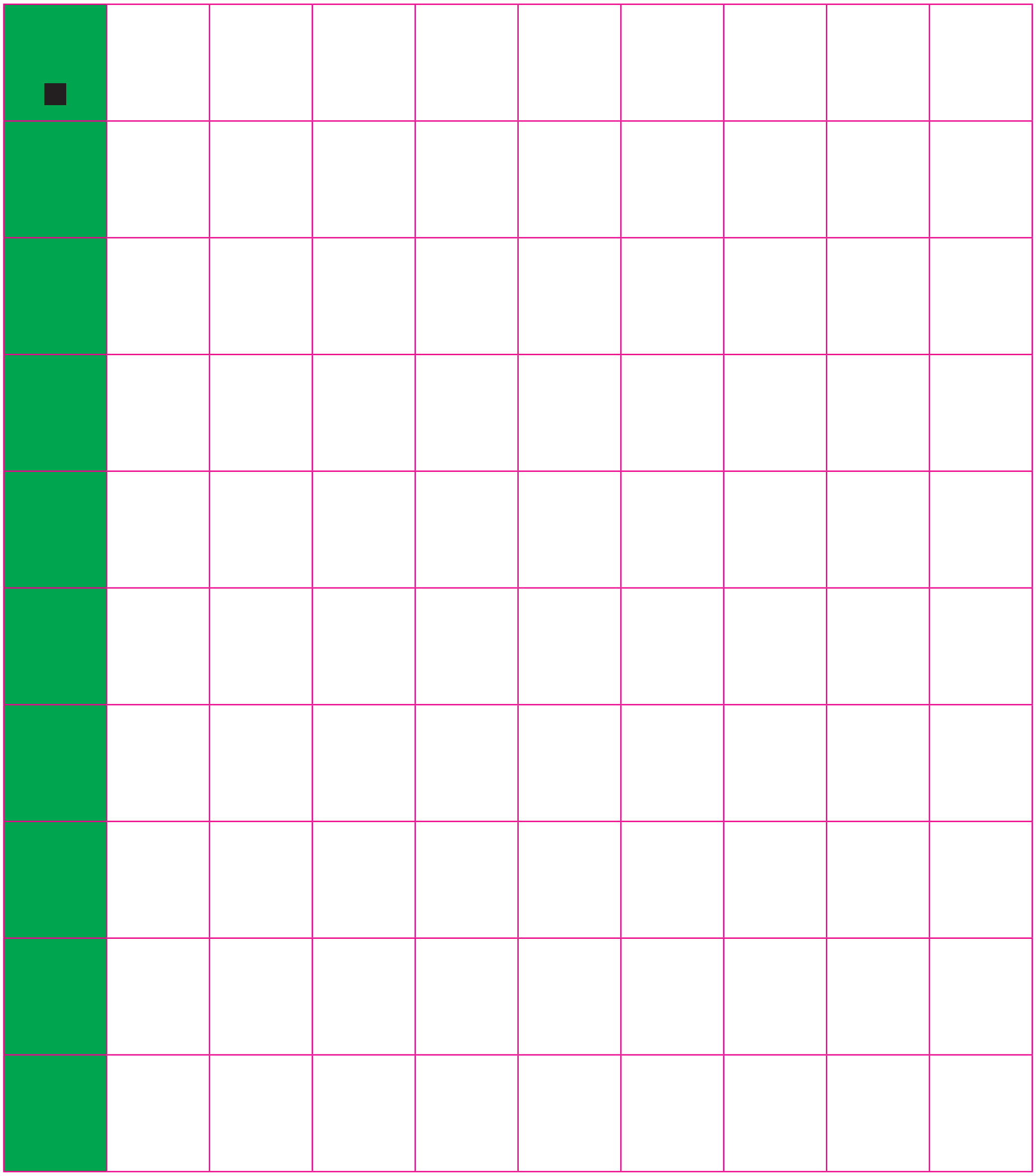
त्यसैले उनले तिरेको मूल्य $= 8.50 \times 1.5$ हुन्छ । 8.5 र 1.5 दुवै दशमलव सङ्ख्या हुन् । अतः दुई दशमलव सङ्ख्यालाई कसरी गुणन गर्ने भनेर जान्न आवश्यक हुन्छ । अब हामी दुई दशमलव सङ्ख्याको गुणन जानौँ है त ।

अब, एउटा दशमलव सङ्ख्या 0.1 लिऔँ । यसलाई भिन्नमा $\frac{1}{10}$ लेखिन्छ ।

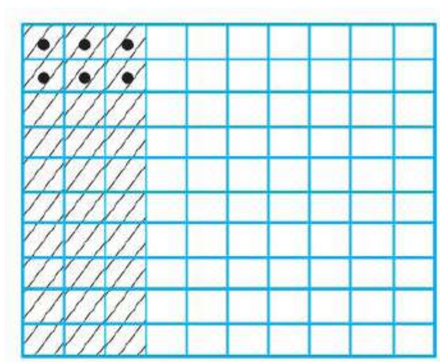
अतः $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01$

यसलाई चित्रमा देखाउँदा,





भिन्न $\frac{1}{10}$ ले 10 बरावर भागमा 1 भाग जनाउँछ । सँगैको चित्रमा छाया पारेको भागले $\frac{1}{10}$ प्रतिनिधित्व गर्छ ।



त्यसै गरी $\frac{1}{100}$ लाई चित्रमा देखाउँदा,

भिन्न $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ ले 100 बराबर भागमा

1 भाग जनाउँछ । सँगैको चित्रमा छाया पारेको भागले $\frac{1}{100}$ प्रतिनिधित्व गर्छ ।

अतः $\frac{1}{100} = 0.01$

0.2×0.3 लाई कसरी गुणन गर्ने ? यसलाई चित्रमा कसरी देखाउने ?

$$0.2 \times 0.3 = \frac{2}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{6}{100} = 0.06$$

निष्कर्ष :

(क) दशमलवको वास्ता नगरी पूर्णाङ्कको गुणन जस्तै गुणा गर्ने जस्तै : $2 \times 3 = 6$

(ख) दुवै दशमलव सङ्ख्यामा भएका दशमलव पछाडिका अङ्क जति छन् गुणनफलमा पछाडिबाट गनेर त्यति नै अङ्क अगाडि दशमलव राख्ने । जस्तै : यहाँ दुवैमा जम्मा दशमलव पछाडि 2 ओटा अङ्क छन् । त्यसैले गुणनफल 0.06 हुन्छ ।

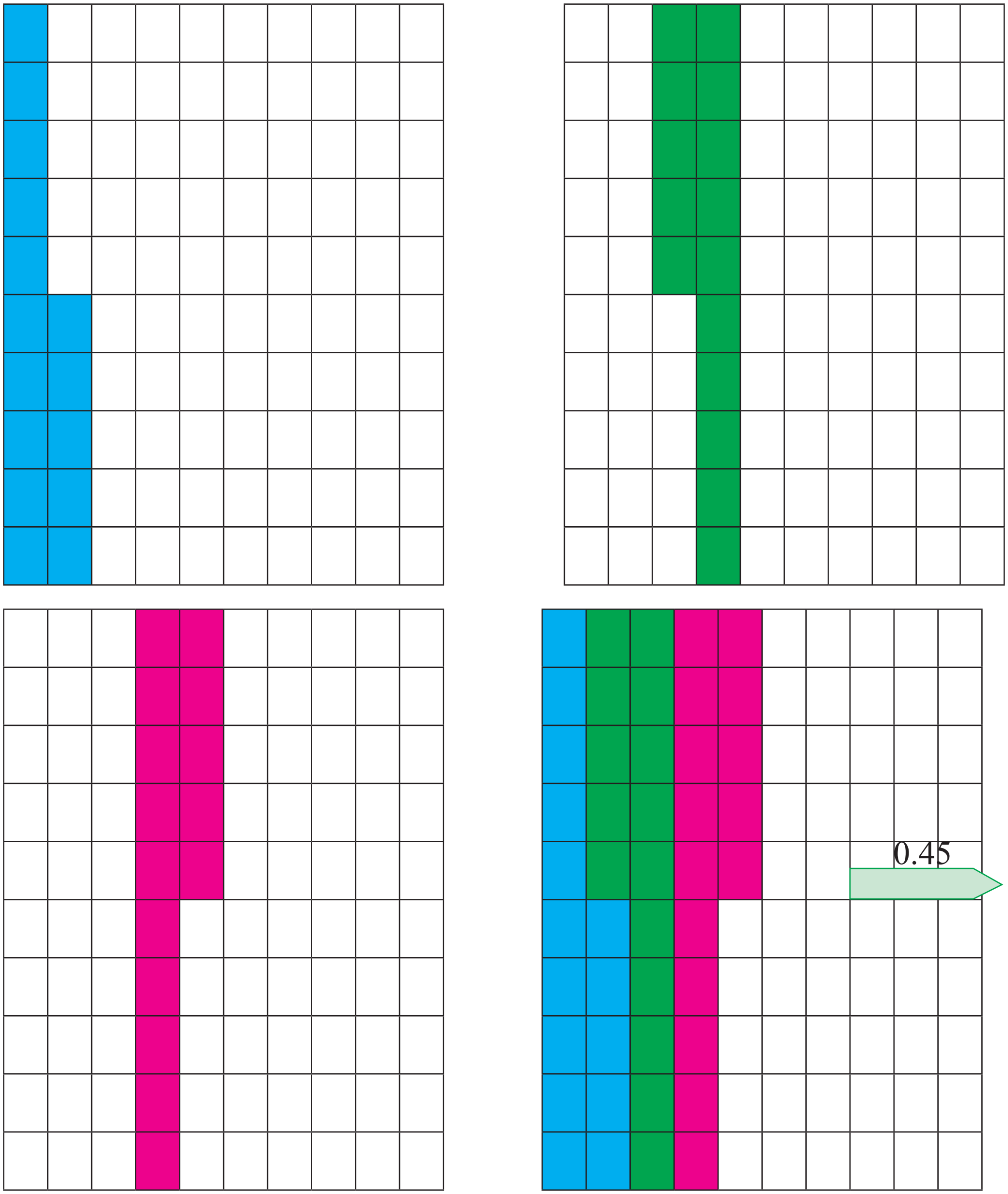
दशमलव सङ्ख्यालाई पूर्णसङ्ख्याले गुणन (Multiplication of decimal number by a whole number)

0.15 लाई पूर्णाङ्क 3 ले गुणन कसरी गर्ने होला, चित्रमा कसरी देखाउन सकिन्छ होला ?

गुणन भनेको जोडको दोहोरिएको रूप हो । त्यसैले, 0.15 लाई पूर्णाङ्क 3 ले गुणन गर्नु भनेको 0.15 लाई 3 पटक जोड्नु हो ।

$0.15 \times 3 = 0.15 + 0.15 + 0.15 = 0.45$ हुन्छ । तसर्थ, $0.15 \times 3 = 0.45$ हुन्छ ।

चित्रमा देखाउँदा,


0.45

निष्कर्ष :

पूर्णसङ्ख्याले दशमलव सङ्ख्यालाई गुणन गर्दा सुरुमा दशमलव विन्दु नभएको ठानी गुणन गर्नुपर्छ । दिइएको दशमलव सङ्ख्यामा दशमलव विन्दु पछाडि जति अङ्क छ सोहीअनुसार आएको गुणनफलमा दायाँदेखि त्यत्ति नै अङ्क छोडेर दशमलव विन्दु राख्नुपर्छ । 0.15×3 मा दिइएको दशमलव सङ्ख्यामा दायाँदेखि दुई अङ्क पछाडि दशमलव विन्दु दिइएकाले यसको गुणनफल 0.45 मा पनि दशमलव विन्दु पछाडि दुई अङ्क छ ।

उदाहरण : एउटा आयताकार सेतोपाटी (white-board) को लम्बाइ 3.7m र चौडाइ 3 m छ भने सो पाटीको क्षेत्रफल कति हुन्छ, हिसाब गरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान : यहाँ,

आयताकार सेतोपाटी (white-board) को लम्बाइ (l) $= 3.7$m

आयताकार सेतोपाटी (white-board) को चौडाइ (b) $= 3$m

हामीलाई थाहा छ, क्षेत्रफल (A) $= l \times b$

$= 3.7\text{m} \times 3\text{m}$

$= 11.1\text{m}^2$

अतः आयताकार सेतोपाटी (white-board) को क्षेत्रफल $= 11.1\text{m}^2$ हुन्छ ।

दशमलव सङ्ख्यालाई 10, 100 र 1000 ले गुणन गर्दा (Multiplication of decimal number by 10, 100, and 1000)

सुनिताले आफूले जानेको कुरालाई यसो एकछिन घोरिएर सम्झिइन् र भनिन् 3.2 लाई भिन्नमा $\frac{32}{10}$ लेखिन्छ र त्यसै गरी 2.45 लाई भिन्नमा $\frac{245}{100}$ लेखिन्छ । यसरी दशमलवको स्थानपछि कति सङ्ख्या छन् सोही अनुसार दशमलव सङ्ख्यालाई भिन्नमा परिवर्तन गर्न सकिन्छ । दशमलवपछि एक सङ्ख्या हुँदा हरमा

10 लेखिन्छ र दशमलव पछि दुई सङ्ख्या हुँदा हरमा 100 लेखिन्छ । यसै गरी दशमलवपछि तीन सङ्ख्या हुँदा हरमा 1000 लेखिन्छ । यसरी, दशमलवको स्थानपछि कति सङ्ख्या छन् सोहीअनुसार दशमलव हटाउँदा हरमा 10, 100, र 1000 आदि लेखिन्छ ।

यो त भयो तर दशमलव सङ्ख्यालाई 10, 100, र 1000 ले गुणन गर्दा के गर्नुपर्ला ?

अब, हेरौँ त दशमलव सङ्ख्यालाई 10, 100, र 1000 ले गुणन गर्दा एउटा ढाँचा प्राप्त हुन्छ । तल दिइएको तालिका हेरी खाली ठाउँ भर्नुहोस् :

$4.25 \times 10 = \frac{425}{100} \times 10 = 42.5$	$7.32 \times 10 = \ldots$	$5.752 \times 10 = \ldots$
$4.25 \times 100 = \frac{425}{100} \times 100 = 425$ or 425.0	$7.32 \times 100 = \ldots$	$5.752 \times 100 = \ldots$
$4.25 \times 1000 = \frac{425}{100} \times 1000 = 4250$ or 4250.0	$7.32 \times 1000 = \ldots$	$5.752 \times 1000 = \ldots$
$0.5 \times 10 = \frac{5}{10} \times 10 = 5$	$0.5 \times 100 = \ldots$	$0.5 \times 1000 = \ldots$

माथिको तालिकामा 4.25 लाई 10 ले गुणा गरेपछिको नतिजा $4.25 \times 10 = 42.5$ हुन्छ । सङ्ख्या 4, 2, 5 नै रहेका छन् । तर दशमलवको स्थान उही पाइँदैन । दशमलव पहिला भएको स्थानबाट दायाँ वा बायाँ कता सारिएको छ ? अवलोकन गर्नुहोस् । यसरी हेर्दा दशमलव 1 एकाइ दायाँ सारिएको पाइयो । त्यसै गरी, अरू गुणनफलमा दशमलव कति एकाइ सारेको पाउनुभएको छ, अवलोकन गर्नुहोस् त । पक्कै पनि थाहा पाइसक्नुभयो होला ।

4.25 लाई 100 ले गुणा गरेपछि दशमलव पहिला भएको स्थानबाट 2 एकाइ र 1000 ले गुणा गरेपछि दशमलव पहिला भएको स्थानबाट 3 एकाइ दायाँ सारिएको छ ।

उदाहरण : रबिनसँग आयातकार आकारको एउटा ल्यापटप छ । उक्त ल्यापटपको लम्बाइ 14.2 inch र चौडाइ 10 inch छ भने

(क) ल्यापटपको सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) उक्त ल्यापटपको परिमिति पनि पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान : यहाँ,

ल्यापटपको लम्बाइ (l) =14.2 inch

ल्यापटपको चौडाइ (b) =10 inch

हामीलाई थाहा छ,

(क) ल्यापटपको सतहको क्षेत्रफल (A) = $l \times b$

= 14.2 inch ×10 inch

= 142.0 sq. inch

त्यसै गरी,

(ख) ल्यापटपको परिमिति (P) = 2 (l + b)

= 2 (14.2 + 10) inch

= 2 (24.2) inch

= 48.4 inch

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. दशमलव सङ्ख्यालाई पूर्णसङ्ख्याले गुणन गर्नुहोस् :

(क) 1.8 × 5	(ख) 35.7 × 3	(ग) 8 × 12.4
(घ) 0.35 × 7	(ङ) 15.3 × 8	(च) 0.24 × 2

2. माथि उल्लेख भए अनुसार गुणन गर्नुहोस्:

(क) 1.3 × 10	(ख) 135.7 × 10	(ग) 128.03 × 10
(घ) 21.5 × 100	(ङ) 165.3 × 100	(च) 232.04 × 100
(छ) 40.5 × 1000	(ज) 246.2 × 1000	(झ) 531.07 × 1000

3. चित्रमा एउटा वर्गाकार खेत दिइएको छ । सो खेतको लम्बाइ 9.35 मिटर छ भने उक्त खेतको परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् :

4. चित्रमा एउटा बगैँचा देखाइएको छ । उक्त बगैँचाको दुबो रोपिएको भाग आयतकार छ । जसको लम्बाइ 8.25 मिटर र चौडाइ 4.12 मिटर भए सो भागको परिमिति कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् :

5. एक प्याकेट मुलाको बिउको मूल्य रु. 25.50 पर्छ भने उस्तै 10 प्याकेट मुलाको बिउको मूल्य कति पर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

6. एउटा मोटरसाइकल 1 लिटर पेट्रोलले 48.5 किलोमिटर गुड्छ भने 10 लिटर पेट्रोलले कति किलोमिटर गुड्न सक्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

7. मन्जिलको घरमा धेरै बाख्रा छन् । छुट्टीको दिनमा 2.95 इन्चका तीनओटा फरक काठका एक एकओटा लट्ठी लिएर मन्जिल, उसको दिदी र भाइ बाख्रा चराउन जान्छन् । तीनै जनासँग भएका सबै लट्ठीको जम्मा लम्बाइ कति होला ?

दशमलव सङ्ख्याको भाग (Division of the Decimal Number)

ललित र फुर्वा निकै मिल्ने साथी हुन् । उनीहरूको तौल क्रमशः 48.8kg र 42.4kg छ भने उनीहरूको औसत तौल कति होला ? कसरी पत्ता लागाउन सकिन्छ होला, के यो दशमलव सङ्ख्याको भाग हो त ?

पक्कै पनि औसत तौल भन्नाले दुवै जनाको तौलको योगफल निकाली 2 ले भाग गर्नुपर्छ ।

त्यसैले औसत तौल $= \dfrac{48.8\text{kg} + 42.4\text{kg}}{2} = \dfrac{91.2}{2} = 45.6$ kg

पहिले दशमलव नराखीकन 912 लाई 2 ले भाग गरौ । भागफल 456 आउँछ ।

दशमलवको 91.2 मा दशमलवको दायाँतिर एउटा अङ्क छ । त्यसैले 456 मा

अन्तिमबाट एक अङ्क अगाडि दशमलव राखौँ । त्यसैले 45.6 पाउँछौँ ।

$$\begin{array}{r} 45.6 \\ 2\,\overline{)\,91.2} \\ \underline{8} \\ 11 \\ \underline{10} \\ 12 \\ \underline{12} \end{array}$$

उदाहरण : 19.5 लाई 5 बराबर भागमा बाँड्नुहोस् :

समाधान : यहाँ,

पहिला $19.5 \div 5$ ले भाग गर्नुहोस् । भाग गर्दा भागफल 39 हुन्छ ।

19.5 मा दशमलवको दाहिने पट्टि एक अङ्क छ ।

त्यसैले भागफल 39 को अन्तिमबाट एक अङ्क अगाडि दशमलव राख्ने (3.9) ।

अतः $19.5 \div 5 = 3.9$ भयो ।

दशमलव सङ्ख्यालाई 10, 100, 1,000 र 10,000 ले भाग गर्दा (Division of decimal number by 10, 100, 1,000 and 10,000)

कुनै दशमलव सङ्ख्यालाई 10, 100, 1000 र 1000 ले भाग गर्नका लागि तलका नियम अपनाउन सकिन्छ,

143.79 ÷ 10 = 14.379 (10 ले भाग गर्दा दशमलव 1 एकाइ बायाँ सार्ने)

143.79 ÷ 100 = 1.4379 (100 ले भाग गर्दा दशमलव 2 एकाइ बायाँ सार्ने)

143.79 ÷ 1000 = 0.14379 (1000 ले भाग गर्दा दशमलव 3 एकाइ बायाँ सार्ने)

143.79 ÷ 10000 = 0.014379 (10,000 ले भाग गर्दा दशमलव 4 एकाइ बायाँ सार्ने)

$$
\begin{array}{r}
27.416 \\
10\overline{)274.16} \\
\underline{20} \\
74 \\
\underline{70} \\
41 \\
\underline{40} \\
16 \\
\underline{10} \\
60 \\
\underline{60} \\
0
\end{array}
$$

उदाहरण : 274.16 लाई 10 बराबर भागमा बाँड्नुहोस् :

समाधान : यहाँ,

274.16 ÷10

= 27.416 (10 ले भाग गर्दा दशमलव 1 एकाइ बायाँ सार्ने)

10 ले 6 लाई भाग नगएकाले दशमलबपछि एक पटक 0 थप्नुपर्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. भाग गर्नुहोस् :

(क)	$0.6 \div 2$	(ख)	$0.45 \div 5$	(ग)	$2.48 \div 4$
(घ)	$59.4 \div 6$	(ङ)	$603.2 \div 4$	(च)	$21.49 \div 7$

2. भाग गर्नुहोस् :

(क)	$3.7 \div 10$	(ख)	$61.5 \div 10$	(ग)	$0.8 \div 10$
(घ)	$43.2 \div 10$	(ङ)	$392.32 \div 10$	(च)	$0.75 \div 10$

3. भाग गर्नुहोस् :

(क)	$3.7 \div 100$	(ख)	$0.3 \div 100$	(ग)	$0.78 \div 100$
(घ)	$342.6 \div 100$	(ङ)	$46.8 \div 100$	(च)	$76.35 \div 100$

4. भाग गर्नुहोस् :

(क)	$8.3 \div 1000$	(ख)	$43.4 \div 1000$	(ग)	$27.74 \div 1000$
(घ)	$128.9 \div 1000$	(ङ)	$0.6 \div 1000$		

5. दुई परिवार मिलेर थोरै ठाउँमा काउली खेती गरेका थिए । 6.84 किलोग्राम काउली 2 परिवारलाई बराबर गरी बाँड्दा एक जनाको भागमा कति पर्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

6. शिलाको घर नजिकैको एउटा खेतको गरो चटक्क मिलेको वर्गाकार छ । सो खेतको परिमिति 56.64 मिटर छ भने खेतको लम्बाइ कति होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

7. **जनता माध्यमिक विद्यालयमा चटक्क मिलेको आयताकार फुटबल मैदान छ । सो मैदानको क्षेत्रफल 248.64 वर्ग मिटर र यसको चौडाइ 12 मिटर भए**

(क) सो मैदानको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) लम्बाइ र चौडाइमा कुन कतिले बढी छ, तुलना गर्नुहोस् ।

8. **5 किलोग्राम काउलीको मूल्य रु. 350.50 भए,**

(क) 1 किलोग्राम काउलीको मूल्य कति पर्ला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) 1 किलोग्राम काउलीको मूल्यमा रु. 14.02 ले बढ्दा छ किलोग्राम काउलीको मूल्य पहिलाभन्दा कतिले बढी हुन्छ ?

9. **2080-6-3 मा सतीशले 4.2 कि.मि., विवेकले 3.8 कि.मि र सचिनले 7.6 कि.मि को यात्रा गरे भने, औसतमा एक जनाले कति कि.मि. हिँडेछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।**

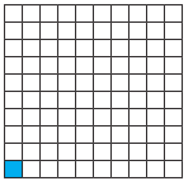
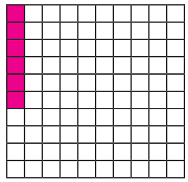
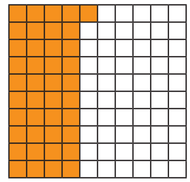
परियोजना कार्य

रेडियो, टिभिबाट सुनेर वा पत्रपत्रिका वा इन्टरनेटबाट आजको मुद्रा विनिमय दर तालिका खोज्नुहोस् । कुनै पनि पाँचओटा देशको खरिद दर र बिक्री दर टिप्नुहोस् र तिनीहरूबिचको फरक निकालेर कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

पाठ : 16 प्रतिशत (Percentage)

परिचय (Introduction)

हामीले अघिल्ला कक्षामा भिन्नको धारणा अध्ययन गरिसकेका छौँ । तलका चित्रमा छाया पारेका भागलाई भिन्नमा कति हुन्छ विचार गरौँ :

(क)		(ख)		(ग)	
भिन्नमा	$\frac{1}{100}$		$\frac{6}{100}$		$\frac{41}{100}$
छोटकरीमा	1%		6%		41%

माथिका भिन्न सय भागमा तुलना गरिएको छ । अर्थात् हरमा 100 छ । यस्ता सयका भिन्नलाई जनाउन छोटकरी विधि पनि प्रयोग गरिन्छ । जस्तैः $\frac{1}{100}$ =1% , $\frac{6}{100}$ =6%, $\frac{41}{100}$ = 41%

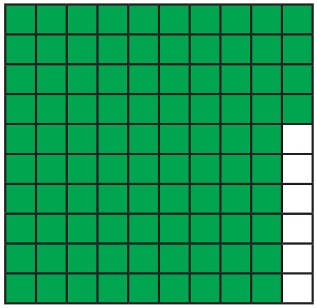
यहाँ, % चिह्नले प्रतिशत जनाउँछ । प्रतिशत भनेको प्रति + सय अर्थात् सयसँग तुलना गरिएको हो । त्यसैले 1% भनेको सय भागमध्ये एकभाग भनेको हो । त्यसै गरी तलका खाली ठाउँ भर्नुहोस् :

(क) 6% भनेको के हो ? ....

(ख) 42% भनेको के हो ? ....

पक्कै पनि तपाईंले 6% भनेको 100 भागमध्ये 6 भाग हो र 41% भनेको 100 भागमध्ये 41 भाग हो भनी लेख्नुभएको होला । अब केही उदाहरण हेरौँ :

उदाहरण 1. तलको चित्रलाई भिन्न र प्रतिशतमा प्रस्तुत गर्नुहोस् :



समाधान : दिइएको चित्रलाई,

भिन्नमा : $\frac{94}{100}$ [किनभने 100 भागमध्ये 94 भागमा छाया पारेको छ ।]

प्रतिशतमा : 94%

प्रतिशतका हिसाब

उदाहरण 2. श्री सरस्वती आधारभूत विद्यालयको कक्षा ६ मा 100 जना विद्यार्थी थिए । ती मध्ये 25 जनाले खेलकुदमा भाग लिए भने यसलाई भिन्नमा र प्रतिशतमा लेख्नुहोस् ।

समाधान

जम्मा विद्यार्थी 100 जना

खेलकुमा भाग लिएका विद्यार्थी 25 जना

खेलकुदमा भाग लिने विद्यार्थीको सङ्ख्या भिन्नमा : $\frac{25}{100}$

खेलकुदमा भाग लिने विद्यार्थीको सङ्ख्या प्रतिशतमा : 25%

भिन्न र प्रतिशतको सम्बन्ध

भिन्नलाई प्रतिशत र प्रतिशतलाई भिन्नमा बदल्न सकिन्छ भन्ने कुरा तपाईँ अनुमान लगाउनुभए होला ।

जस्तै: $\frac{25}{100} = 25\%$ हुन्छ ।

यदि 25% लाई भिन्नमा बदल्नुपरेमा के गर्न सकिन्छ होला त ?

तलको बाकस हेरौँ :

$25\% = \frac{25}{100}$

माथिको उदाहरणबाट के प्रस्ट हुन्छ भने प्रतिशतलाई भिन्नमा बदल्दा प्रतिशत सङ्केत अगाडिको सङ्ख्या 25 लाई अंशमा लेखी हरमा 100 लेख्न सकिन्छ । किनकि प्रतिशत चिह्नले जम्मा सय भागमध्ये भन्ने जनाउने हुनाले भिन्नमा पूरा भागको सङ्ख्यालाई हरमा लेखिन्छ ।

निष्कर्षमा, प्रतिशतलाई भिन्नमा बदल्दा दिइएको सङ्ख्या अंशमा लेखी 100 ले भाग गर्नुपर्छ ।

पुनः $\frac{25}{100}$ लाई प्रतिशतमा लेख्दाः $\frac{25}{100} \times 100\% = 25\%$

$\frac{25}{100}$ भनेको $\frac{1}{4}$ हो । त्यसैले, $\frac{1}{4} = 25\%$

अतः यस उदाहरणबाट के स्पष्ट हुन्छ भने भिन्नलाई प्रतिशतमा बदल्दा भिन्नलाई 100 ले गुणन गरी % चिह्न राख्नुपर्छ । अझै प्रस्ट हुन,

$\frac{1}{4}$ लाई प्रतिशतमा बदल्दाः $\frac{1}{4} \times 100\% = \frac{100}{4}\% = 25\%$

केही उदाहरण हेरौँ :

उदाहरण 3. प्रतिशतलाई भिन्नमा बदल्नुहोस् :

(क) 23% (ख) 60%

समाधान :

(क) $23\% = \frac{23}{100}$ [प्रतिशतलाई भिन्नमा बदल्दा 100 ले भाग गर्नुपर्छ र % चिह्न हटाउनुपर्छ ।]

(ख) $60\% = \frac{60}{100}$ [भिन्न]

समस्या समाधान

उदाहरण ४. एउटा कामको एक तिहाइ सम्पन्न भएको रहेछ भने कति प्रतिशत सम्पन्न भएको रहेछ ?

समाधान : एउटा कामको एक तिहाइलाई भिन्नमा लेख्दा : $\frac{1}{3}$

प्रतिशतमा लेख्दा : $\frac{1}{3} \times 100\% = \frac{100}{4}\% = 25\%$

उदाहरण ५. प्रतिशतलाई भिन्नमा बदल्नुहोस् : 30%

समाधान :

$$30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$$

प्रतिशतका शाब्दिक समस्या

प्रतिशत दैनिक जीवनमा धेरै प्रयोग हुने अवधारणा हो । जुनसुकै एकाइमा मापन गरिएका सङ्ख्यालाई तुलना गर्न प्रतिशत सजिलो माध्यम हो । उदाहरणका लागि एउटा कक्षामा 100 जना विद्यार्थीमध्ये 30 जना छात्र र 70 जना छात्रा छन् भने कति कति प्रतिशत विद्यार्थी रहेछन् ? यस समस्यामा छात्र र छात्राको भिन्न लेखी प्रतिशतमा तुलना गर्न सकिन्छ ।

यहाँ, जम्मा विद्यार्थी = 100 जना

छात्रको सङ्ख्या 30 हुँदा छात्रको भिन्न $\frac{30}{100} = 30\%$ भयो ।

छात्राको सङ्ख्या 70 हुँदा छात्राको भिन्न $\frac{70}{100} = 70\%$ भयो ।

त्यसैले छात्र र छात्राको जम्मा प्रतिशत 100 प्रतिशत हुन आउँछ । यदि कक्षामा ठिक सय जना नै विद्यार्थी नभए पनि प्रतिशतमा छात्र र छात्राको सङ्ख्या 100% नै हुन्छ । यसलाई तलका उदाहरणमा हेरौँ :

उदाहरण 1 : एउटा कक्षामा 75 जना छात्र र 50 जना छात्रा रहेछन् भने जम्मा कति कति प्रतिशत छात्र छात्रा रहेछन् ?

समाधान : यहाँ जम्मा विद्यार्थीको सङ्ख्या = छात्र + छात्रा = 75 + 50 = 125

छात्रको सङ्ख्या 75 भएकाले छात्रको भिन्न $= \frac{75}{125}$

छात्रको प्रतिशत $= \frac{75}{125} \times 100\%$

$= \frac{7500}{125} \%$

$= 60\%$

हामीलाई थाहा छ, छात्र र छात्राको जम्मा प्रतिशत 100% हुने भएकाले,

छात्राको प्रतिशत = 100% – छात्रको प्रतिशत

$= 100\% - 60\%$

$= 40\%$

नोट : माथिको समाधानमा जम्मा प्रतिशत 100 हुने भएकाले छात्राको प्रतिशत निकाल्न 100 प्रतिशतबाट छात्रको प्रतिशत घटाउँदा छात्राको प्रतिशत आउने रहेछ ।

के छात्राको प्रतिशत हिसाब गर्दा 40% नै आउँछ त ? हिसाब गरी हेरौँ :

छात्राको सङ्ख्या भिन्नमा $= \frac{50}{125}$

छात्राको सङ्ख्या प्रतिशतमा $= \frac{50}{125} \times 100\%$

$= 40\%$

यसरी दुवै तरिकाबाट छात्राको सङ्ख्या प्रतिशतमा चालिस प्रतिशत नै आयो ।

उदाहरण 2 : एउटा चौरमा भएका जम्मा 500 बाख्रामध्ये 300 ओटा काला र बाँकी सेता रहेछन् भने भने काला र सेता बाख्राको सङ्ख्यालाई प्रतिशतमा देखाउनुहोस् ।

समाधान : भेडाको जम्मा सङ्ख्या = 500

काला बाख्राको सङ्ख्या = 300

काला बाख्राको भिन्न $= \frac{300}{500} \times 100\% = 60\%$

फेरि, सेता बाख्राको सङ्ख्या = जम्मा भेडा – काला भेडा

= 500 – 300

= 200

अब, सेता बाख्राको भिन्न $= \frac{200}{500} \times 100\% = 40\%$

अर्को तरिका

काला बाख्रा = 300	सेता बाख्रा = 200
500	

भिन्नमा,

प्रतिशतमा

काला बाख्रा = 60%	सेता बाख्रा = 100% – 60% = 40%
500	

उदाहरण 3 : 200 को 50% कति हुन्छ ?

समाधान : 200 को 50% पत्ता लगाउन 50% लाई भिन्नमा बदली 200 ले गुणन गर्नुपर्छ ।

यहाँ, 200 को 50% $= 200 \times \frac{50}{100}$ [50% भनेको भिन्नमा 50/100 हो ।]

$= 200 \times \frac{50}{100}$

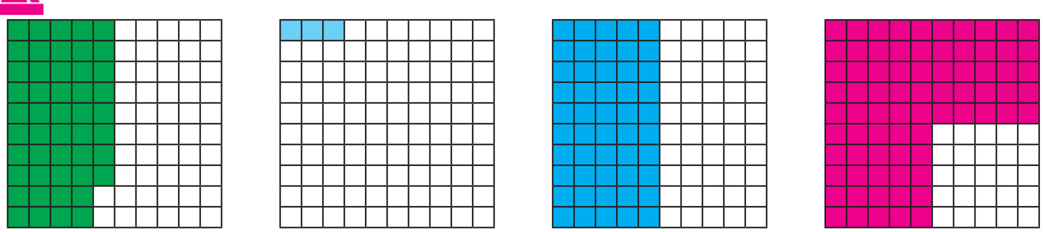
$= 2 \times 50$

$= 100$

अतः 200 को 50% भनेको 100 हुन्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. चित्रमा छाया पारेको भागलाई भिन्न र प्रतिशतमा लेख्नुहोस् :



2. प्रतिशतमा लेख्नुहोस् :

(क) $\frac{34}{100}$ (ख) $\frac{77}{100}$ (ग) $\frac{92}{100}$ (घ) $\frac{56}{100}$

3. प्रतिशतमा बदल्नुहोस् :

(क) $\frac{2}{5}$ (ख) $\frac{3}{5}$ (ग) $\frac{5}{8}$ (घ) $\frac{7}{100}$

4. प्रतिशतलाई भिन्नमा बदल्नुहोस् :

(क) 20% (ख) 15% (ग) 58% (घ) 25.5%

5. तलका शाब्दिक समस्या हल गर्नुहोस् :

(क) एउटा गाउँमा भएका जम्मा 200 जनामध्ये 150 जना पुरुष र 100 जना महिला रहेछन् भने पुरुष र महिला कति कति प्रतिशत रहेछन् ?

(ख) एउटा कम्पनीले तयार गरेका जम्मा 520 जुत्तामध्ये 200 जोर काला जुत्ता रहेछन् भने बाँकी सेता जुत्ता रहेछन् । काला र सेता जुत्ता कति कति प्रतिशत रहेछन् ?

(ग) सरस्वती आधारभूत विद्यालयमा छात्र 300 जना र छात्रा 400 जना रहेछन् भने जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या निकाली छात्र र छात्राको सङ्ख्यालाई भिन्न र प्रतिशतमा लेख्नुहोस् ।

6. तलका हिसाब गर्नुहोस् :

(क) 100 को 20% कति हुन्छ ?

(ख) 200 को 20% कति हुन्छ ?

(ग) 500 को 50% कति हुन्छ ?

(घ) 650 को 15% कति हुन्छ ।

पाठ : 17 नाफा नोक्सान (Profit and Loss)

हामी दैनिक जीवनमा केही किन्ने र बेच्ने गरिरहेका हुन्छौँ । सामान्यतया व्यापारी वा पसलेले सामान बेच्छन् । कहिलेकाहीँ उत्पादकले पनि आफ्ना समान बेच्छन् । उनीहरूले किनेका सामान ग्राहकले किन्ने गर्छन् । किन्ने र बेच्ने गर्दा व्यापारीले सामान्यतया नाफा गरिरहेका हुन्छन् भने कसै कसैले घाटा भएर पनि सामान बेचेका हुन्छन् । यो नाफा र घाटा कसरी हुन्छ भन्ने बारेमा यस पाठमा छलफल गरौँ ।

मुनाको कथा

मुना तरकारी व्यापारी हुन् । उनीले कृषकबाट तरकारी खरिद गर्छिन् र आफ्नै घरछेउमा रहेको पसलमा बेच्छिन् । 2080 साल उनको व्यापारको राम्रो वर्ष भयो । असर महिनामा उनले तरबारी व्यापारबाट धेरै नै नाफा गरेकी थिइन् । उनले सो महिनामा एक मुठा रायो सागलाई दश रुपियाँमा किनेर पन्ध्र रुपियाँमा बेच्थिन् । तर कहिले काही साग घामले ओइलाएर दश रुपियाँमा किनेको साग पाँच रुपियाँमा पनि बेच्नुपर्थ्यो । तर आलु र प्याजमा धेरै नै नाफा गरेकी थिइन् । वर्षाको समय सुरु नहुँदै 100 के.जी.का. एक बोरा आलु रु 40 प्रतिकिलोमा किनेर रु 70 सम्ममा बेच्न पाइन् । प्याज रु 35 मा किनेर रु 60 सम्म पनि बेच्न सकिन् ।

उनको ब्यापारको किन्ने र बेच्ने दरलाई तलको तलिकामा देखाइएको छ :

क्र.स.	सामानको विवरण	क्रय मूल्य (प्रति के.जी.)	विक्रय मूल्य (प्रति के.जी.)
1	रायोको साग	रु. 50	रु. 75
2	फर्सीको मुन्टा	रु. 60	रु. 100
3	आलु	रु. 40	रु. 70
4	प्याज	रु. 35	रु. 60
5	गोलभेँडा	रु. 30	रु. 50

नोट : क्रय मूल्य भनेको किनेको मूल्य र विक्रय मूल्य भनेको बेचेको मूल्य

अब तलका प्रश्नको जवाफ दिनुहोस् :

(क) नाफा र घाटा भनेको के हो ?

(ख) नाफा कसरी हुन्छ ?

(ग) घाटा कसरी हुन्छ ?

(घ) मुनाले 10 के.जी. आलु बेच्दा कति रुपियाँ पर्छ ?

(ङ) मुनाले गोलभैँडा एक किलोमा कति नाफा गर्छिन् ?

(च) मुनाले प्याज 50 किलोग्राम बेच्दा कति नाफा गर्छिन् ?

माथिका प्रश्नको जवाफ पक्कै पनि तपाईँले भन्नुभयो होला । क्रय मूल्यभन्दा विक्रय मूल्य बढी भएमा नाफा हुन्छ भने क्रय मूल्यभन्दा विक्रय मूल्य थोरै भएमा घाटा हुन्छ । आफूले किनेको भन्दा सस्तोमा सामान बेच्नुपर्दा घाटा हुने हो । मुनाले एक के.जी. आलु रु 40 मा किनेर रु 70 मा बेच्दा रु 30 नाफा हुन्छ । त्यसैले दश के.जी. आलु बेच्दा $10 \times 30 =$ रु 300 नाफा हुन्छ । त्यसै गरी गोलभैँडा एक के.जी. को रु 30 मा किनेर रु. 60 मा बेच्दा रु 30 नै नाफा हुन्छ । त्यसै गरी प्याज रु 35 मा किनेर रु 65 मा बेच्दा एक के.जी. मा रु 30 नाफा हुन्छ । त्यसैले प्याज 50 के.जी. बेच्दा रु $30 \times 50 =$ रु 1500 नाफा हुन्छ ।

यसरी किनेको मूल्य भन्दा बेचेको मूल्य धेरै भएमा नाफा हुन्छ भने किनेको मूल्य भन्दा बेचेको मूल्य थोरै भए घाटा हुन्छ ।

नाफा = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य हुन्छ ।

घाटा = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य हुन्छ ।

उदाहरण 1. रु 500 मा किनेको टोपी रु 650 मा बेच्दा कति नाफा वा घाटा हुन्छ ?

समाधान : यहाँ, टोपीको क्रय मूल्य = रु 500

टोपीको विक्रय मूल्य = रु 650

यहाँ, विक्रय मूल्य > क्रय मूल्य अर्थात् किनेको मूल्यभन्दा बेचेको मूल्य बढी छ । त्यसैले नाफा हुन्छ । किनेको र बेचेको मूल्य तुलना गर्दा रु 150 नाफा भएको देखिन्छ । कसरी नाफा रु 150 हुन्छ हेरौँ :

नाफा = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य

= रु 650 - रु 500

= रु 150

क्रय मूल्य रु 500	नाफा रु 150
विक्रय मूल्य रु 650	

उदाहरण 2. रु 1500 मा किनेको आलु केही कुहिएकाले राम्रो आलु मात्र बेच्दा रु 1250 मात्र पऱ्यो भने कति नाफा वा घाटा हुन्छ ?

समाधान : यहाँ,

आलुको विक्रय मूल्य = रु 1500

आलुको क्रय मूल्य = रु 1250

क्रय मूल्य ? विक्रय मूल्य, त्यसैले घाटा हुन्छ ।

अतः घाटा = क्रय मूल्य – विक्रय मूल्य

= रु 1500 - रु 1250

= रु 250

चित्रमा,

विक्रय मूल्य रु 1250	घाटा रु 250
क्रय मूल्य रु 1500	

नाफा र घाटा प्रतिशत

हामीले नाफा र घाटाको बारेमा चर्चा गरिसक्यौँ । अब नाफा र घाटको प्रतिशत निकाल्ने बारे चर्चा गरौँ । कति प्रतिशत नाफा वा घाटा भयो भनी जान्नका लागि नाफा वा घाटाको रकमलाई क्रय मूल्यसँग तुलना गर्नुपर्छ । जस्तैः रु 1000 मा किनेको सामान रु 1200 मा बेच्यो भने रु 200 नाफा हुन्छ । यो नाफालाई क्रय मूल्यसँग तुलना गर्दा $\frac{\text{नाफा}}{\text{क्रय मूल्य}}$ लेखिन्छ र यसलाई प्रतिशतमा व्यक्त गर्दा 100% ले गुणन

गरिन्छ । तलका उदाहरण हेरी प्रस्ट हुनुहोस् :

उदाहरण 3. एउटा रु 2500 मा किनेको मोबाइल रु 3000 मा बेच्दा कति प्रतिशत नाफा वा नोक्सान हुन्छ ?

समाधान : यहाँ,

क्रय मूल्य = रु 2500

विक्रय मूल्य = रु 3000

उपर्युक्त सूचनाअनुसार विक्रय मूल्य > क्रय मूल्य भएकाले नाफा हुन्छ ।

त्यसैले, नाफा = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य

= रु 3000 - रु 2500

= रु 500

अब नाफा प्रतिशत निकाल्न नाफालाई क्रय मूल्यसँग तुलना गरी 100 ले गुणन गरेर प्रतिशत लेख्नुपर्छ ।

नाफा प्रतिशत $= \dfrac{500}{2500} \times 100\%$

$= \dfrac{500}{25}\%$

$= 20\%$

> नोट : घाटा भएको अवस्थामा नाफाको ठाउँमा घाटा रकम लेखेर घाटा प्रतिशत निकाल्नुपर्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तल दिइएका भनाइ साँचो वा झुटो छुट्याउनुहोस् :

(क) क्रय मूल्य भनेको बेचेको मूल्य हो ।

(ख) नाफा हुन विक्रय मूल्य क्रय मूल्यभन्दा बढी हुनुपर्छ ।

(ग) किनेको मूल्यमा नै बेचियो भने घाटा हुन्छ ।

(घ) व्यापारीले नाफा गर्न विक्रय मल्य क्रय मूल्यभन्दा बढी राख्नुपर्छ ।

(ङ) नाफा वा घाटा प्रतिशत निकाल्न क्रय मूल्यलाई हरमा र अंशमा क्रय मूल्य वा विक्रय मूल्य राखिन्छ ।

2. रु 200 मा किनेको किताब रु 250 मा बेच्दा कति नाफा वा नोक्सान हुन्छ ?

3. रु 650 मा किनेको किताब रु 550 मा बेच्दा कति नाफा वा नोक्सान हुन्छ ?

4. रु 1405 मा किनेको किताब रु 1620 मा बेच्दा कति नाफा वा नोक्सान हुन्छ ?

5. नाफा वा घाटा प्रतिशत निकाल्नुहोस् :

(क) क्रय मूल्य = रु 540, विक्रय मूल्य रु 570

(अ) क्रय मूल्य = रु 2500, विक्रय मूल्य रु 2500

(ग) क्रय मूल्य = रु 820, विक्रय मूल्य रु 900

(घ) क्रय मूल्य = रु 675, विक्रय मूल्य रु 700

(ङ) क्रय मूल्य = रु 5000, विक्रय मूल्य रु 6500

परियोजना कार्य :

तपाईंको घरनजिकै रहेको पसलमा गई कुनै पाँच वस्तुको क्रय मूल्य र विक्रय मूल्य टिप्नुहोस् । ती वस्तुमा कति प्रतिशत नाफा वा नोक्सान हुँदो रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

पाठ : 18 ऐकिक नियम (Unitary Method)

ऐकिक नियम भनेको के हो भन्ने कुरा जान्नका लागि तलको तालिका अध्ययन गर्नुहोस् :

मनिसा उनको घरनजिकैको पसलमा गइन् । उनले पसलमा भएका चक्लेट किन्ने विचार गरिन्। पसलेलाई सोधेर कति चक्लेट किन्दा कति खर्च लाग्छ भन्ने कुरा यसरी कागजमा टिपिन् र चक्लेटको सङ्ख्या र मूल्यको ढाँचा बनाइन् :

चक्लेटको सङ्ख्या	चक्लेटको मूल्य	एउटा चक्लेटको मूल्य
2	रु 10	रु $10 \times 1 = 10$
2	रु 20	रु $10 \times 2 = 20$
3	रु 30	रु $10 \times 3 = 30$
4	रु 40	रु $10 \times 4 = 40$
20	?	?

माथिको तालिकामा 20 ओटा चक्लेटको मूल्य कति पर्ला ? पत्ता लगाउन सक्नुहुन्छ ?

तालिकामा एउटा चक्लेटको मूल्यलाई चक्लेटको सङ्ख्याले गुणन गर्दा जम्मा चक्लेटको मूल्य आउने कुरा पत्ता लागेको छ। त्यसैले 20 ओटा चक्लेटको मूल्य = रु 10×20 = रु 200 हुन्छ ।

> यसरी एउटा वस्तुको मूल्य थाहा भएमा धेरै वस्तुको मूल्य पत्ता लगाउने नियमलाई ऐकिक नियम भनिन्छ ।

फेरि धेरै वस्तुको मूल्य दिएमा एउटा वस्तुको मूल्य पनि पत्ता लगाउन सकिन्छ ।

माथिकै तालिकालाई उल्टो घट्दो मूल्यमा राखेर हेरौँ :

चक्लेटको सङ्ख्या	चक्लेटको मूल्य	एउटा चक्लेटको मूल्य
4	रु 40	$\frac{40}{4}$ =10
3	रु 30	रु $\frac{30}{3}$ = 10
2	रु 20	रु $\frac{20}{2}$ = 10

यसरी धेरै वस्तुको मूल्य थाहा भएमा एउटा वस्तुको मूल्य पत्ता लगाउन जम्मा मूल्यलाई वस्तुको सङ्ख्याले भाग गर्नुपर्छ । यो पनि ऐकिक नियम नै हो ।

निष्कर्ष

धेरै वस्तुको जम्मा मूल्य = एउटा वस्तुको मूल्य × वस्तुको सङ्ख्या

एउटा वस्तुको मूल्य = $\frac{\text{जम्मा मूल्य}}{\text{वस्तुको जम्मा सङ्ख्या}}$ यी माथिका नियम नै ऐकिक नियम हुन् ।

ऐकिक नियमले धेरै वस्तुको मान थाहा भएमा एक वस्तुको मान पत्ता लगाउन वस्तुको सङ्ख्याले जम्मा मानलाई भाग गर्नुपर्छ । एक वस्तुको मान थाहा भएमा धेरै वस्तुको मान पत्ता लगाउन एक एकाइको मानलाई जम्मा सङ्ख्याले गुणन गर्नुपर्छ भन्ने जनाउँछ ।

उदाहरण 1. यदि एउटा कलमको मूल्य रु 150 छ भने 7 ओटा उस्तै कलमको मूल्य कति पर्छ ?

समाधान : ऐकिक नियमअनुसार एउटा कलमको मूल्यलाई जम्मा सङ्ख्याले गुणन गर्दा जम्मा कलमको मूल्य पत्ता लगाउन सकिन्छ । त्यसैले,

यहाँ, एउटा कलमको मूल्य = रु 150

जम्मा कलमको सङ्ख्या = 7

जम्मा कलमको मूल्य = रु 150 × 7

= रु 1050

उदाहरण 2. यदि 12 जना मानिसले एक हप्तामा 18 रोपनी खेत खन्न सक्छन् भने एक जना मानिसले एक हप्तामा कति खेत खन्न सक्छ ?

समाधान : यहाँ, 12 जनाले जम्मा 18 रोपनि खेत खन्न सक्छन् ।

1 जनाले खन्न सक्ने खेत $= \dfrac{\text{जम्मा खेत}}{\text{जम्मा मानिसहरूको सङ्ख्या}} = \dfrac{18}{12} = \dfrac{3}{2}$ रोपनी खेत

अतः एक जनाले जम्मा $\frac{3}{2}$ रोपनी खेत खन्न सक्छन् ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. एउटा सिसाकलमको मूल्य रु 12 पर्छ भने त्यस्ता 9 सिसाकलमको जम्मा मूल्य कति पर्छ ?
2. एउटा मोबाइलको मूल्य रु 15000 पर्छ भने त्यस्ता 3 ओटा मोबाइलको मूल्य कति पर्छ ?
3. रामले एक दिनमा 15 किलोमिटर दुरी पार गर्छ भने 7 दिनमा कति दुरी पार गर्न सक्छ ?
4. यदि 15 ओटा उत्रै स्याउको तौल 1500 ग्राम छ भने एउटा स्याउको तौल कति होला ।
5. यदि 20 ओटा चक्लेटको मूल्य रु 680 पर्छ भने एउटा चक्लेटको मूल्य कति रुपियाँ पर्छ ?

6. तल चित्रमा केही वस्तुको एक एकाइको मूल्य दिइएको छ :

			
एउटा स्याउको रु 30	एउटा किताबको रु 200	एउटा टोपीको मूल्य रु 340	एउटा झोलाको मूल्य रु 2500

(क) दुईओटा स्याउको मूल्य कति पर्छ ?

(ख) चारओटा किताबको मूल्य कति पर्छ ?

(ग) पाँचओटा टोपीको मूल्य कति पर्छ ?

(घ) दुईओटा झोलाको मूल्य कति पर्छ ?

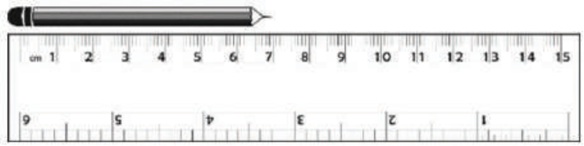
(ङ) सातओटा टोपी र चारओटा ब्यागको मूल्य कति पर्छ ?

एकाइ 3

क्षेत्रमिति (Mensuration)

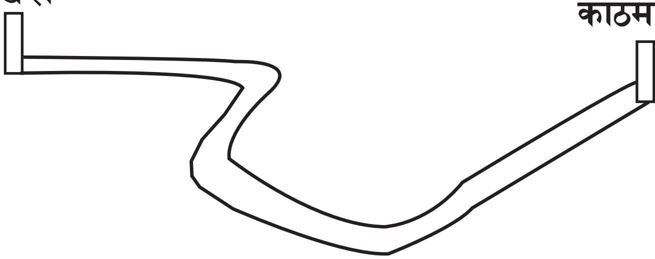
पाठ : 19 दुरी (Distance)

दिइएका चित्रका अध्ययन गरी सोधिएका प्रश्नका उत्तर खोजी गर्नुहोस् :



चित्र नं. 1

चित्र नं. 2



चित्र नं. 3

स्थान (ठाउँ) विशेषलाई जनाउनका लागि विन्दुको प्रयोग गरिन्छ । कुनै दुई स्थान बिचको दुरी भन्नाले उक्त दुई स्थानलाई जनाउने विन्दुलाई जोड्ने सिधा रेखाको लम्बाइ भन्ने अर्थ लाग्छ । माथि चित्र नं. 1 मा रुलरको प्रयोग गरी सिसाकलमको लम्बाइ अर्थात् नतिखारिएको छेउको विन्दुदेखि तिखारिएको टुप्पासम्मको लम्बाइ नाप्न खोजिएको छ । चित्र नं. 2 मा कोठाको भित्ताको लम्बाइ नाप गर्न खोजिएको छ । यसरी चित्र नं. 3 मा पोखरादेखि काठमाडौँसम्मको लम्बाइ देखाइएको छ ।

(क) के माथिका सबै अवस्थामा रुलरको प्रयोगबाट नाप पत्ता लगाउन सम्भव हुन्छ होला ?

(ख) चित्रमा दिइएका वस्तुका लम्बाइ नाप गर्न कस्तो मापन सामग्रीको प्रयोग गर्नुपर्छ होला ?

(ग) माथिका अवस्थामा लम्बाइ निकाल्न कुन कुन एकाइ प्रयोग गर्नुहुन्छ ?

(घ) मिलिमिटर (M), सेन्टिमिटर (cm), मिटर (m) तथा किलोमिटर (km) बिचको सम्बन्ध के हुन्छ ?

- इरेजर, सिसाकलम आदिको लम्बाइ रुलरले नाप्न सकिन्छ । यिनको लम्बाइ नाप्न 'सेन्टिमिटर' 'मिलिमिटर' एकाइको प्रयोग गरिन्छ ।
- रुलरले मापन गर्न नसकिने वस्तुको लम्बाइ तथा दुई स्थानबिचको दुरी मापन गर्न 'मिटर' एकाइको प्रयोग गरिन्छ । जस्तै : कोठाको लम्बाइ, चौडाइ, कम्पाउन्डको लम्बाइ, चौरको लम्बाइ, चौडाइ आदिको मापन गर्न धेरै लामो दुरी तथा टाढा टाढाका स्थानबिचको दुरी मापन गर्न 'किलोमिटर' एकाइको प्रयोग गरिन्छ । जस्तै : पोखरा र काठमाडौँ बिचको दुरी, बाटाको लम्बाइ आदि

  10 मिलिमिटर = 1 सेन्टिमिटर हुन्छ ।

  100 सेन्टिमिटर = 1 मिटर हुन्छ ।

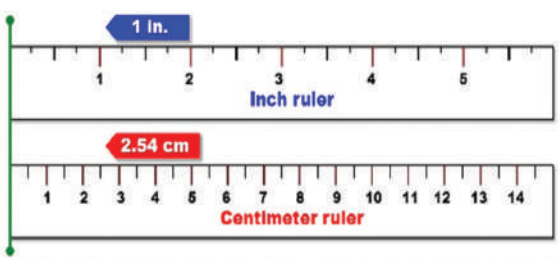
  1000 मि = 1 किलोमिटर हुन्छ ।
- मिलिमिटर, सेन्टिमिटर, मिटर र किलोमिटरलाई छोटकरीमा क्रमशः मि.मि. (mm)

  से.मि. (cm), मि. (m) र कि.मि. (Km) लेखिन्छ ।

कुनै दुई विन्दु बिचको लम्बाइलाई दुरी भनिन्छ । कुनै दुई विन्दुबिचको लम्बाइ छोटो वा लामो हुनाको कारणले दुई विन्दुबिचको दुरी नाप्न विभिन्न एकाइ प्रयोग गरिन्छ । सामान्यतया, छोटो दुरी नाप्न mm, cm, feet (ft), m तथा लामो दुरी नाप्न km, mile आदि प्रयोग गरिन्छ ।

इन्च र सेन्टिमिटर सम्बन्ध (Relation between inch and centimeter)

तपाईंले आफूसँग भएको रुलर हेर्नुहोस् त । रुलरको माथि सेन्टिमिटर र तल इन्चमा नापो दिइएको हुन्छ । जुन कुरालाई बुझाउन दायाँ स्केल देखाइएको छ । स्केलमा 1 inch बराबर 2.54 cm छ ।

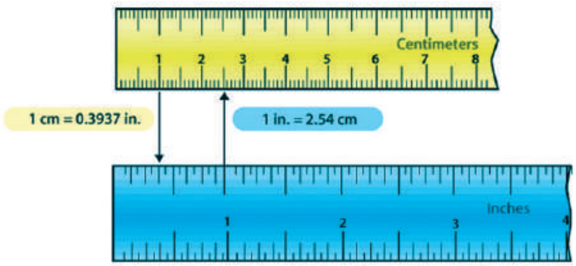


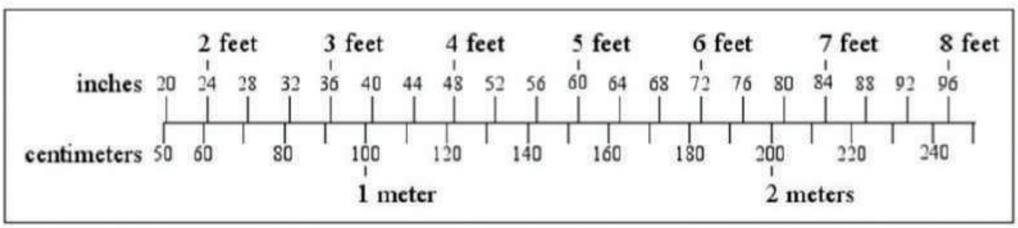
क्रियाकलाप

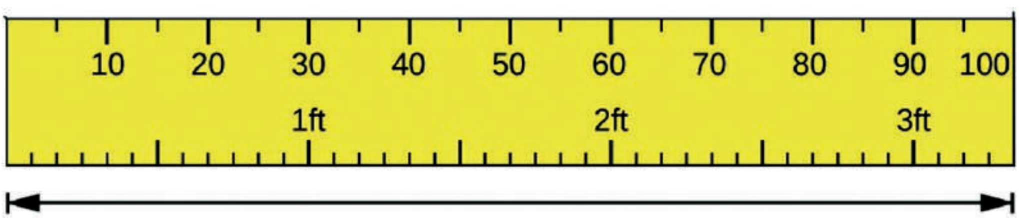
तपाईँले दुईओटा रुलर लिनुहोस् । एउटा रुलरको इन्चको नापो भएको माथि अर्को रुलरको सेन्टिमिटरको नापो भएकालाई खप्टाउनुहोस् । अवलोकन गरी 1 inch बराबर कति cm हुन्छ ? लेख्नुहोस् ।

फुट र सेन्टिमिटरबिचको सम्बन्ध (Relation between centimeter and foot)

चित्रमा दिइएका मेजरिङ टेपहरूका अध्ययन गर्नुहोस् र यिनको सम्बन्ध निष्कर्षमा लेख्नुहोस् :







1 m = 39.37 inches

1 Inch (in) = 2.54 Centimeter (cm)
1 Foot (ft) = 30.48 Centimeter (cm)
1 Meter (m) = 39.37 Inch (in)
1 Meter (m) = 3.28 Foot (ft)
1 Foot (ft) = 12 Inch (in)

क्रियाकलाप

एउटा साथीको उचाइ ft मा नाप्नुहोस् । सो ft को नापलाई तलको तालिकाको सहयोग लिएर क्रमशः cm, m र in मा परिवर्तन गर्नुहोस् ।

1 Inch (in) = 2.54 Centimeter (cm)
1 Foot (ft) = 30.48 Centimeter (cm)
1 Meter (m) = 39.37 Inch (in)
1 Meter (m) = 3.28 Foot (ft)
1 Foot (ft) = 12 Inch (in)

उदाहरण 1

अदीतिको उचाइ 3 ft 6 in रहेछ भने उनको उचाइ ft, cm, m र inch मा कति कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान :

अदीतिको उचाइ = 3 ft 6 in

ft मा परिवर्तन गर्दा,

अदीतिको उचाइ = 3 ft 6 in

$= 3 \text{ ft} + \frac{6}{12} \text{ ft}$

$= (3 + 0.5) \text{ ft}$

∴ अदीतिको उचाइ = 3.5 ft

inch लाई foot मा परिवर्तन गर्दा के गर्नुपर्ला ?

1 foot = 12 inch

$1 \text{ inch (in)} = \frac{1}{12} \text{ foot (ft)}$

$6 \text{ inch} = \frac{6}{12} \text{ ft}$

1 foot = 30.48 cm

अदीतिको उचाइ $= 3.5$ ft

$= 3.5 \times 30.48$ cm

$\therefore$ अदीतिको उचाइ $= 106.68$ cm

m मा परिवर्तन गर्दा,

अदीतिको उचाइ $= 3.5$ ft

$= \frac{3.5}{3.28}$ m

$\therefore$ अदीतिको उचाइ $= 1.067$ m

1 meter = 3.28 ft

1 ft $= \frac{1}{3.28}$ m

in मा परिवर्तन गर्दा,

अदीतिको उचाइ $= 3.5$ ft

1 foot = 12 inch

$= 3.5 \times 12$ in

$\therefore$ अदीतिको उचाइ $= 42$ inch

ठुलो एकाइलाई सानो एकाइमा परिवर्तन गर्न गुणन गर्नुपर्छ भने सानो एकाइलाई ठुलो एकाइमा परिवर्तन गर्न भाग गर्नुपर्छ ।

उदाहरण 2

एउटा कोठाको लम्बाइ 4 m 50 cm 5 भने उक्त लम्बाइ m, ft र inch मा कति कति रहेछ, निकाल्नुहोस् :

समाधान :

यहाँ, कोठाको लम्बाइ $= 4$ m 50 cm

m मा परिवर्तन गर्दा,

कोठाको लम्बाइ $= 4$ m 50 cm

$= 4\text{m} + \frac{50}{100}$ m

$= 4\text{m} + 0.5 \text{ m} = 4.5$ m

ft मा परिवर्तन गर्दा,

कोठाको लम्बाइ = 4.5 m

$\boxed{\text{1 Meter (m)} = \text{3.28 foot (ft)}}$

= 4.5 × 3.28 ft = 14.76 ft

inch मा परिवर्तन गर्दा,

कोठाको लम्बाइ = 14.76 ft

$\boxed{\text{1 foot (ft)} = \text{12 inch (in)}}$

= 14.76 × 12 inch = 177.12 inch

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तल दिइएका नापलाई cm मा बदल्नुहोस् :

   (a) 6m 75 cm (b) 8 ft (c) 3ft 8 in

2. तल दिइएका नापलाई in मा बदल्नुहोस् :

   (a) 5 m (b) 5 m 25 cm (c) 9 ft 8 in

3. तल दिइएका नापलाई ft मा बदल्नुहोस् :

   (a) 8 m 60 cm (b) 10 m 55 cm (c) 25 m 75 cm

4. तल दिइएका नापलाई m मा बदल्नुहोस् :

   (a) 14 m 90 cm (b) 34 ft (c) 24 ft 9 in

5. एउटा खेतको लम्बाइ 750 ft 10 in छ र चौडाइ 550 ft 8 in रहेछ भने चौडाइ भन्दा लम्बाइ कति ft ले बढी रहेछ ? निकाल्नुहोस् ।

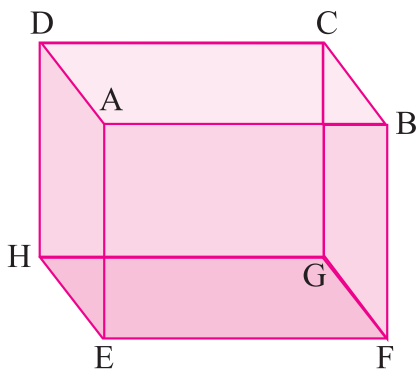
परियोजना कार्य

आफ्नो परिवारको सबै जनाको उचाइ cm मा नाप्नुहोस् । सबै जनाको उचाइलाई m, ft र in मा परिवर्तन गरेर सम्पर्क कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

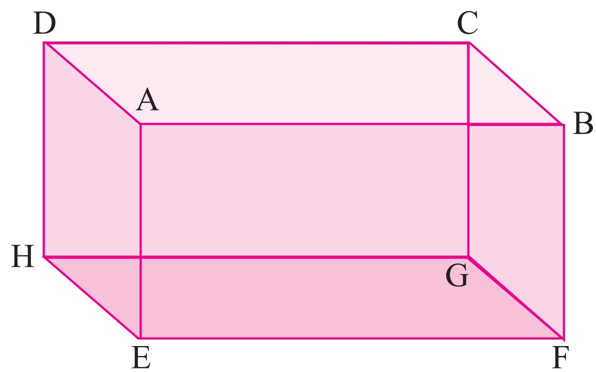
पाठ : 20 घन र षड्मुखाको क्षेत्रफल (Area of Cube and Cuboid)

परिचय (Introduction)

तल घन र षड्मुखाका नमुना दिइएको छ । हेरी सतह र किनारा तुलना गर्नुहोस् :

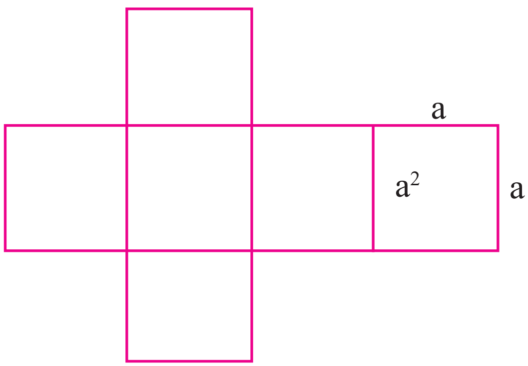


(क) घनको चित्र



(ख) षड्मुखाको चित्र

माथिको चित्रमा घनमा सबै सतह बराबर छन् किनभने सबै किनारा बराबर छन् ।



(क) घनमा 6 ओटा सतहः ABFE, ABCD, ADHE, DCGH, BCGF, EFGH सबै बराबर छन् । त्यसैले ती सतहको क्षेत्रफल पनि बराबर हुन्छ । यदि एउटा किनाराको लम्बाइ ब एकाइ भए सबै किनारा a एकाइ नै हुन्छन् । त्यसैले घनको एउटा सतहको क्षेत्रफल (A) = लम्बाइ × चौडाइ

= a एकाइ × a एकाइ

= a^2 वर्गएकाइ

6 ओटा बराबर सतहको क्षेत्रफल = $6 \times a^2$ वर्गएकाइ भयो ।

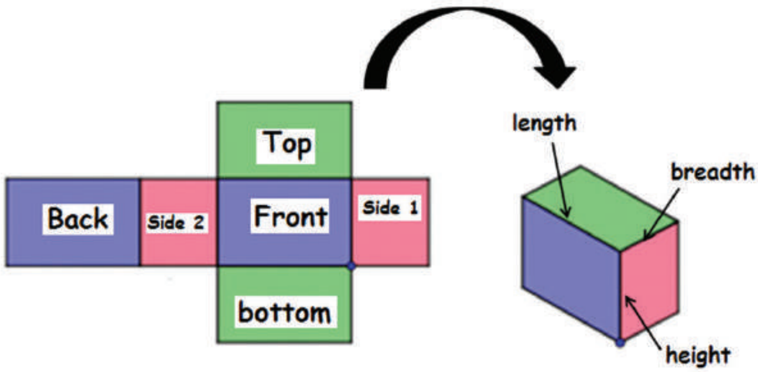
उदाहरण 1. यदि घनको एउटा किनारा 3cm छ भने पूरा सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

यसको पूरा सतहको क्षेत्रफल = $6 \times 3^2\ cm^2 = 6 \times 9\ cm^2 = 54\ cm^2$

अतः घनको पूरा सतहको क्षेत्रफल = $6\ a^2$ हुन्छ जसमा a घनको किनाराको लम्बाइ हो ।

षड्मुखाको पूरा सतहको क्षेत्रफल

षड्मुखा आयतकार सतह भएको बाकस हो ।



क्रियाकलाप

एउटा षड्मुखा लिनुहोस् र यसको लम्बाइ, चौडाइ, र उचाइ छुट्याउनुहोस् । उक्त षड्मुखामा बनेका आयताकार सतहरू कक्षामा छलफल गरी छुट्याउनुहोस् ।

देखाइएको षड्मुखामा रहेका आयताकार सतह क्रमशः ABCD, ABGF, BCMG, CDEM, GEFM छन् ।

यहाँ आयत ABCD को क्षेत्रफल (a_1) $= CD \times AD$

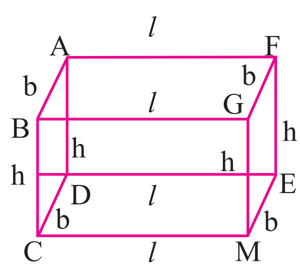
$= b \times h = bh$

आयत ABGF को क्षेफल (A_2) $= AB \times AF$

$= b \times l = lb$

आयत ADEF को क्षेत्रफल (A_3) $= AD \times AL$

$= h \times l = hl$

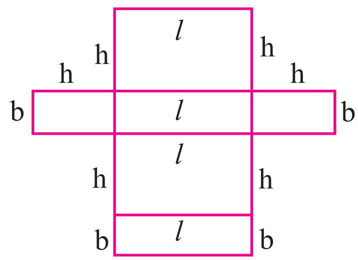


आयत BCMG को क्षेत्रफल (A_4) $= BG \times BC$

$= l \times h = lh$

आयत CDEM को क्षेत्रफल (A_5) $= CD \times DE$

$= b \times l = bl$



आयत GFEM को क्षेत्रफल (A_6) $= GF \times GA$

$= b \times h = bh$

यो षड्मुखाको जम्मा क्षेत्रफल (A) $= A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6$

$= bh + lb + lh + lh + lb + bh$

$= 2lb + 2bh + 2lh$

$= 2(lb + bh + lh)$

अतः षड्मुखाको पूरा सतहको क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + lh)$ हुन्छ ।

उदाहरण 2. एउटा षड्मुखाको लम्बइ (l) = 5cm, चौडाइ (b) = 4cm र उचाइ (h) = 3cm भए यसका सबै सतहको जम्मा क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

समाधान : यहाँ दिइएको षड्मुखाको

लम्बाइ (l) = 5cm

चौडाइ (b) = 4cm

उचाइ (h) = 3cm

अब, षड्मुखाको पूरा सतहको छेत्रफल (A) $= 2(lb + bh + lh)$

$= 2(5cm \times 4cm + 4cm \times 3cm + 5cm \times 3cm)$

$= 2(20\ cm^2 + 16cm^2 + 15cm^2)$

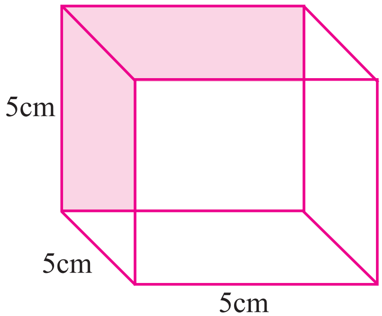
$= 2 \times 51cm^2$

$= 102cm^2$

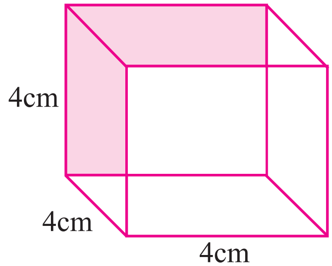
अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तल दिइएका घनहरूको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् :

(क)

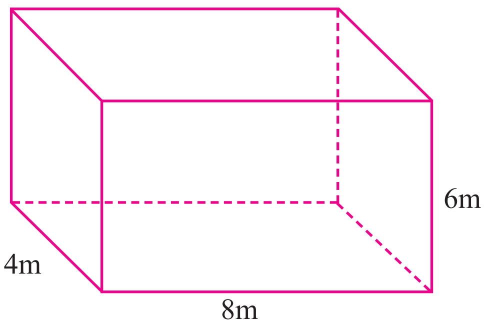


(ख)

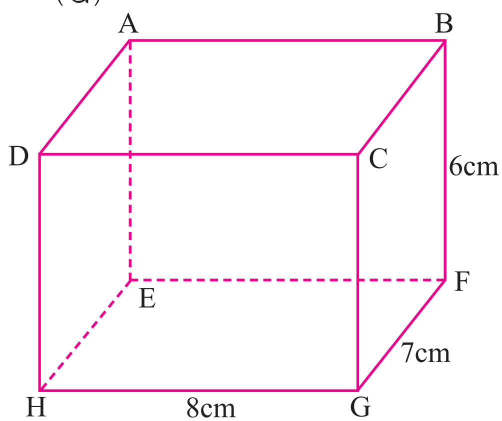


2. तल दिइएका षड्मुखाको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् :

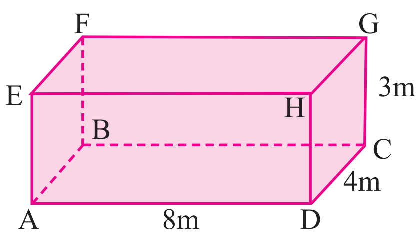
(क)



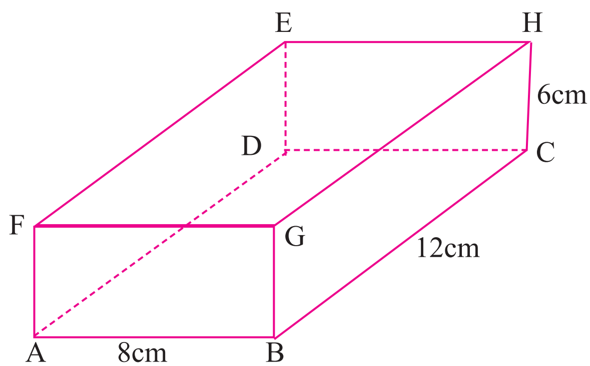
(ख)



(ग)



(घ)



3. एउटा घनका सबै किनारा 10 cm का छन् भने सो घनको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

4. एउटा षड्मुखाका किनारा 10cm, 8cm र 6cm छन् भने सो षड्मुखाको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. एउटा घनको एउटा सतहको क्षेत्रफल $20cm^2$ छ भने सो घनको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

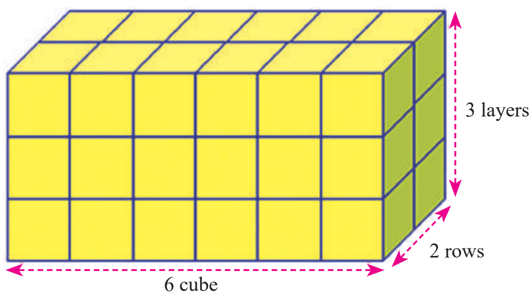
6. एउटा घनको पूरा सतहको क्षेत्रफल $64cm^2$ छ भने त्यसको एउटा किनाराको लम्बाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

7. एउटा षड्मुखाको लम्बाइ 10cm, चौडाइ 8cm छ तर उचाइ थाहा छैन । सो षड्मुखाको पूरा सतहको क्षेत्रफल $340cm^2$ रहेछ भने सो षड्मुखाको उचाइ कति होला पत्ता लगाउनुहोस् ।

पाठ: 21 घन र षड्मुखाको आयतन
(Volume of Cube and Cuboid)

पुनरवलोकन (Revision)

हामीले तह 2 मा षड्मुखा र घनको आयतनको बारेमा अध्ययन गरिसकेका छौं । तह 2 मा वर्गाकार बाकसलाई घन भनिन्छ भने आयतकार बाकसलाई षड्मुखा भनिन्छ । जुनसुकै घन वा षड्मुखाको आयतन पत्ता लगाउन त्यसको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइको नापलाई गुणन गरी घन एकाइमा आयतन लेखिन्छ । जस्तैः तलको चित्रमा लम्बाइ तिर 6, चौडाइ तिर 2 र उचाइ तिर 3 वर्गाकार कोठा भएकाले यसको आयतन $6 \times 2 \times 3$ हुन्छ ।

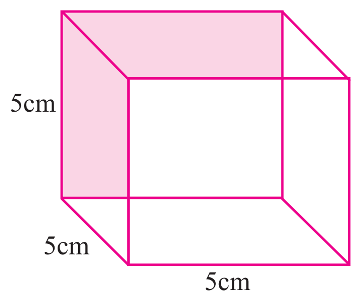


मथिको षड्मुखाको आयतन (V) = 6 2 × 3 = 36 घन एकाइ छ ।

अब, माथि जस्तै गरी, घन वा षड्मुखाको लम्बाइ, चौडाइ र उचाइ गुणन गरी आयतन पत्ता लगाउने बारे चर्चा गरौं :

अतः आयतकार वा घनाकार वस्तुको आयतन = लम्बाइ × चौडाइ × उचाइ अर्थात,
$V = l \times b \times h$

उदाहरण 1. तलको चित्रमा एउटा घन दिइएको छ । उक्त घनको आयतन कति हुन्छ ?



समाधान : दिइएको घनको सबै भुजा (l) = 5cm छ । घनका तीनओटा भुजा (l) लाई तीनचोटी गुणन गर्दा $l3$ लेखिन्छ । अतः उक्त घनको आयतन l^3 हुन्छ । यस सम्बन्धलाई प्रयोग गरी आयतन पत्ता लगाऔँ :

घनको आयतन (Volume), V $= l^3$

$= 5^3$

$= 5 \times 5 \times 5$

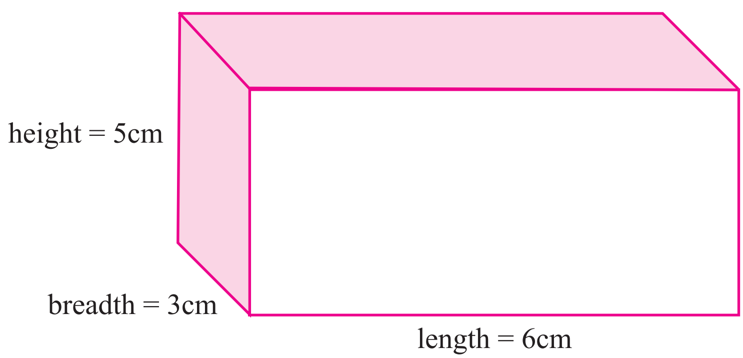
$= 125$

यस घनको भुजाको लम्बाइ cm मा भएकाले यसको एकाइ cm^3 हुन्छ ।

अतः घनको आयतन, $V = 5cm \times 5cm \times 5cm = 125\ cm^3$ भयो ।

षड्मुखाको आयतन (Volume of a cuboid)

माथि छलफल गरेअनुसार षड्मुखाको आयतन = लम्बाइ × चौडाइ × उचाइ हुन्छ । अब यही अवधारणा प्रयोग गरी आयतन पत्ता लगाउने विधिका बारेमा चर्चा गरौँ :



माथिको षड्मुखाको लम्बाइ (length, l) = 6cm, चौडाइ (breadth, b) = 3cm र उचाइ (height, h) = 5cm छ ।

हामीलाई थाहा छ, षड्मुखाको आयतन (Volume), $V = l \times b \times h$

$= 6cm \times 3cm \times 5cm$

$= 90\ cm^3$

उदाहरण 1. एउटा षड्मुखाको लम्बाइ 5cm, चौडाइ 4cm र आयतन $60cm^3$ भए यसको उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान : दिइएको षड्मुखाको,

लम्बाइ, $l = 5cm$

चौडाइ, $b = 4$ cm

आयतन, $V = 60cm^3$

सो षड्मुखाको उचाइ, $b = ?$

हामीलाई थाहा छ, षड्मुखाको आयतन,

$V = l \times b \times h$

$60cm^3 = 5cm \times 4cm \times h$

$60cm^3 = 20\ cm^2 \times h$

समीकरण हल गर्ने तरिका प्रयोग गरी एकातिर h र अर्कोतिर सङ्ख्या लैजाँदा,

$$h = \frac{60cm^3}{20cm^2}$$

$$= \frac{60}{20}\ cm\ [\text{किनकि, } \frac{cm^3}{cm^2} = \frac{cm"\times"\ cm\ "\times"\ cm}{cm\ "\times"\ cm} = cm]$$

$$= 3\ cm$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तल दिइएका ठोस वस्तुको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् :

(क)

5cm

6cm 16cm

(ख)

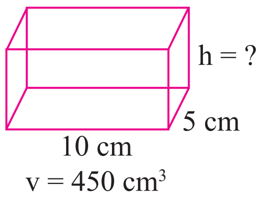
3.5cm

1.5cm

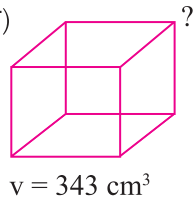
5cm

2. तल दिइएका ठोस वस्तुहरुमा थाहा नभएका किनारा पत्ता लगाउनुहोस् :

(क)



(ख)



3. एउटा कोठाको लम्बाइ 5m, चौडाइ 4m र उचाइ 3 m छ । उक्त कोठाको आयतन कति हुन्छ पत्ता लगाउनुहोस् ।

4. एउटा बैठक कोठाको लम्बाइ यसको उचाइको दोब्बर छ । उक्त कोठाको चौडाइ 8m र आयतन $576m^3$ भए कोठाको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. एउटा डाइसको एउटा किनाराको लम्बाइ 9cm छ । उक्त डाइसको आयतन पत्ता लगाउनुहोस् ।

6. (क) एउटा घनाकार बाकसको आयतन $512cm^3$ छ । उक्त बाकसको पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) एउटा घनाकार वस्तुको आयतन $125cm^2$ छ । उक्त वस्तुको एउटा किनाराको लम्बाइ र पूरा सतहको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

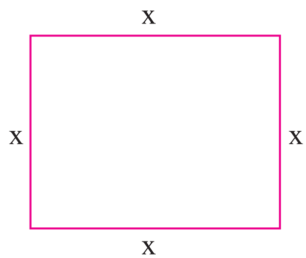
एकाइ 4

वीजगणित (Algebra)

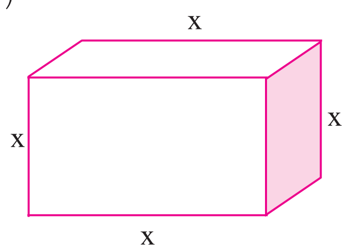
पाठ : 22 घाताङ्क (Indices)

तल दिइएका चित्रका अध्ययन गर्नुहोस् र सोधिएका प्रश्नका उत्तर खोजी गर्नुहोस् :

(क)



(ख)



(अ) चित्र (क) मा दिइएको वर्गको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

(आ) चित्र (ख) मा दिइएको घनको आयतन कति हुन्छ ?

वर्गको क्षेत्रफल, $x^2 = x \times x$

घनको आयतन, $x^3 = x \times x \times x$

यहाँ, x^2 मा आधार x र घाताङ्क 2 हो । x^3 मा आधार x र घाताङ्क 3 हो ।

कुनै सङ्ख्या वा चललाई त्यही सङ्ख्याले धेरै पटक गुणन गर्ने क्रियालाई जनाउन घाताङ्कको प्रयोग गरिन्छ ।

क्रियाकलाप

तलको अभ्यास गर्नुहोस् :

एउटै सङ्ख्यालाई लगातार गुणन गर्ने ढाँचा दिइएको छ ।

लगातार गुणन क्रिया	पढ्ने तरिका
5×5	5^2 (5 को घाताङ्क 2)
$5 \times 5 \times 5$	5^3 (5 को घाताङ्क 3)
$5 \times 5 \times 5 \times 5$	5^4 (5 को घाताङ्क 4)
$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$	5^5 (5 को घाताङ्क 5)
$a \times a \times a \times a \times a$...........ओटा	a^n (a को घाताङ्क n)

5^2 मा आधार 5 र घाताङ्क 2 हो । त्यस्तै गरी, a^n मा a आधार, n लाई घाताङ्क र a^n लाई a को घात भनिन्छ ।

कुनै सङ्ख्या वा चललाई त्यही सङ्ख्याले धेरै पटक गुणन गर्दा उक्त गुणनलाई छोटकरीमा लेख्ने सङ्केतलाई घाताङ्क भनिन्छ ।

घाताङ्कका नियम (Laws of Indices)

(क) एउटै आधार भएका घाताङ्कको गुणन

$$3^{2+4} \times 3^4$$
$$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$
$$= 3^6$$

3^2 र 3^4 लाई विस्तारित रूपमा लेख्दा,
$= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$ हुन्छ ।

यदि हामीले 3^2 र 3^4 बाट आधारमा 3 राखेर घाताङ्कलाई मात्र जोड्यौँ भने पनि 3^6 नै हुन्छ ।

जस्तै: 3 2 + 6 = 3 6

त्यसैले, यदि आधार एउटै भए घाताङ्कको गुणन गर्दा आधार उही रहन्छ र घाताङ्क जोडिन्छ ।

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ हुन्छ ।

(ख) एउटै आधार भएका घाताङ्कको भाग

$a^5 \div a^3$

$= \dfrac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a}$

$= a^2$

यदि हामीले a^5 को घाताङ्क 5 बाट a^3 को घाताङ्कलाई घटायौँ भने पनि $a^{5-3} = a^2$ नै हुन्छ ।

त्यसैले, यदि आधार एउटै भए घाताङ्कको भाग गर्दा आधार उही रहन्छ र भाजकको घाताङ्कलाई भाज्यको घाताङ्कबाट घटाइन्छ ।

$a^m \div a^n = a^{m-n}$ हुन्छ ।

(ग) शून्य घाताङ्क

$a^5 \div a^5$

$= \dfrac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a \times a} = 1$ .... समीकरण (I)

घाताङ्कको भाग विधिबाट,

$a^5 \div a^5 = a^{5-5} = a^0$ .... समीकरण (II)

अब, समीकरण (I) र (II) बाट

$a^0 = 1$

यदि $a \neq 0$ र a को घाताङ्क शून्य छ भने त्यसको मान 1 हुन्छ । त्यसकारण $a^0 = 1$ हुन्छ ।

(घ) ऋणात्मक घाताङ्कको नियम

$a^3 \div a^5$

$= \dfrac{a \times a \times a}{a \times a \times a \times a \times a} = \dfrac{1}{a^2}$ .... समीकरण (I)

घाताङ्कको भाग विधिबाट,

$a^3 \div a^5 = a^{3-5} = a^{-2}$ .... समीकरण (II)

अब, समीकरण (I) र (II) बाट

$$\frac{1}{a^2} = a^{-2}$$

यदि $a \neq 0$ र a^{-m} भए, $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ हुन्छ ।

उदाहरण 1

दिइएको गुणनखण्डलाई घाताङ्कका रूपमा व्यक्त गर्नुहोस् :

(क) $(-a) \times (-a) \times (-a) \times (-a) \times (-a)$

समाधान,

यहाँ, (-a) 5

उदाहरण 2

भागफल निकाल्नुहोस् :

a^{9-3}

समाधान,

यहाँ,

$a^9 \div a^3$

$= a^9 - 3$

$= a^6$

उदाहरण 3

गुणनफल निकाल्नुहोस् :

$(x + y)^7 \times (x + y)^3$

समाधान,

यहाँ,

(x+y) 7+3

= (x+y) 10

उदाहरण 4

सरल गर्नुहोस् :

$(x)^{a+b} \times (x)^{a-b} \times (x)^{b+c} \times (x)^{b-c} \times (x)^{c+a} \times (x)^{c-a}$

समाधान,

यहाँ,

$(x)^{a+b+a-b} \times (x)^{b+c+b-c} \times (x)^{c+a+c-a}$

$= (x)^{2a} \times (x)^{2b} \times (x)^{2c}$

$= (x)^{2a+2b+2c}$

उदाहरण 5

सरल गर्नुहोस् :

$$\frac{30a^6 \times 25a^3}{90a^4}$$

समाधान, यहाँ,

$$\frac{2\times3\times5\times5\times5\times a^6\times a^3}{2\times3\times3\times5\times a^4}$$

$$= \frac{2\times3\times5^3\times a^{6+3}}{2\times3^2\times5\times a^4}$$

$$= 2^{1-1} \times 3^{1-2} \times 5^{3-1} \times a^{9-4}$$

$$= 2^0 \times 3^{-1} \times 5^2 \times a^5 = 1\times \frac{1}{3} \times 25 \times a^5 = \frac{25}{3}\, a^5$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. दिइएको गुणनखण्डलाई घाताङ्कका रूपमा व्यक्त गर्नुहोस् :

(क) $(b) \times (b) \times (b) \times (b)$

(ख) $(-5a) \times (-5a) \times (-5a) \times (-5a) \times (-5a)$

(ग) $(y) \times (y) \times (y) \times (y) \times (y) \times (y) \times (y) \times (y) \times (y) \times (y)$

(घ) $\left(\frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{5}\right)$

2. तलका प्रत्येक घातलाई लगातार गुणन क्रियामा व्यक्त गर्नुहोस् :

(क) a^{10} (ख) $(-3a)^3$ (ग) $(4b)^7$ (घ) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

3. सरल गर्नुहोस् :

(क) $a^9 \times a^3$ (ख) $a^9 \div a^3$ (ग) $(x+y)^7 \times (x+y)^3$

(घ) $(y)^{p+q} \times (y)^{p-q} \times (y)^{q+r} \times (y)^{q-r} \times (y)^{r+p} \times (y)^{r-p}$

(ङ) $\frac{30a^6 \times 25a^3}{90a^4}$ (च) $(6z)^0$ (छ) $\frac{1}{a^5}$

पाठ : 23 बीजीय अभिव्यञ्जक (Algebraic Expressions)

परिचय (Introduction)

हेमासँग एक झोला आँप थियो । उसले 4 ओटा आँप सुनितालाई दिइछन् । झोलाभरि भएको आँपको सङ्ख्या थाहा नभएकाले यसलाई x ले जनाउँदा बाँकी आँपलाई x – 4 लेखिन्छ । यहाँ, x चल राशि, 4 अचल राशि र x – 4 लाई बीजीय अभिव्यञ्जक भनिन्छ । x – 4 मा x र 4 गरी दुईओटा पद छन् ।

त्यस्तै, रामाशिष्सँग भएको एक कार्टुन चाउचाउमध्ये केही बाँकी थिए । उसले त्यसमा 5 ओटा थप्यो । पहिले बाँकी रहेको चाउचाउको सङ्ख्यालाई y ले जनाउँदा, जम्मा y + 5 भए । यहाँ, y चल राशि, 5 अचल राशि र y + 5 लाई बीजीय अभिव्यञ्जक भनिन्छ । y + 5 मा दुईओटा पद छन् ।

फूलमानले औषधी पसलबाट चार बट्टा औषधी किनेछ । बट्टाभित्र भएको औषधीको सङ्ख्या थाहा नभएकाले औषधीको सङ्ख्यालाई x ले जनाऔँ । सबै बट्टामा बराबर औषधी छन् । त्यसैले चारओटा बट्टाको औषधीलाई 4x लेखिन्छ ।

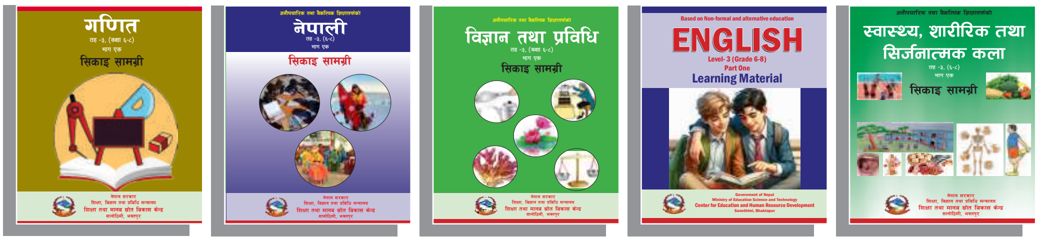
4x लाई बीजीय पद भनिन्छ ।

x x x x

दुई वा दुईभन्दा बढी विजीय पदका बिचमा जोड, घटाउ, गुणन र भाग चिह्न प्रयोग भएका गणितीय वाक्यलाई बीजीय अभिव्यञ्जक भनिन्छ । जस्तै : 10x, 5x + 3y, 3x – 4, $\frac{x}{5}$ आदि

बीजीय अभिव्यञ्जकको जोड र घटाउ (Addition and Subtraction of Algebraic Expression)

रमेश छ कक्षामा पढ्छ । उसका बुबाले रमेशका लागि छ कक्षाका किताब र केही कापी पनि किनेर ल्याइदिनुभएछ । कति कतिओटा किताब र कापी रहेछन् ? हेरौँ हैं । किताबका चित्र राख्ने ।



जम्मा किताब र कापीको सङ्ख्या कति कति रहेछ ?

यहाँ, किताब उस्तै उस्तै भएकाले सजातीय वस्तु हुन् । त्यस्तै गरी कापी पनि सजातीय वस्तु हुन् । किताब र कापी दुई फरक फरक वस्तु हुन् ।

सजातीय वस्तुका सङ्ख्यालाई जोड्न सकिन्छ । त्यसैले किताबको सङ्ख्या 5 भयो । त्यसरी नै जम्मा कापीको सङ्ख्या 8 भयो ।

किताब र कापी फरक फरक वस्तु भएकाले यिनीहरू विजातीय हुन् । विजातीय वस्तुका सङ्ख्यालाई जोड्न सकिँदैन । त्यसैले जम्मा किताबको सङ्ख्या 5 र कापीको सङ्ख्या 8 भयो ।

सजातीय वस्तुलाई मात्र जोड्न र घटाउन सकिन्छ । सजातीय वस्तुको जोड अथवा घटाउ गर्दा ती वस्तुको सङ्ख्यालाई मात्र जोड्ने र घटाउने गरिन्छ ।

क्रियाकलाप 1

हेरौं र बुझौं :

(क) तलका आयतकार कागजको उचाइ थाहा छैन । त्यसैले z ले जनाएको छ ।

$\boxed{z}$ $\qquad$ $\boxed{z}\,\boxed{z}\,\boxed{z}$

एउटा z $\qquad$ **तीनओटा z = 3z**

(ख) तलका आयतकार कागजको पनि उचाइ थाहा छैन । त्यसैले y ले जनाएको छ ।

$\boxed{y}$ $\qquad$ $\boxed{y}\,\boxed{y}$ $\qquad$ $\boxed{y}\,\boxed{y}\,\boxed{y}\,\boxed{y}$

एउटा y $\qquad$ **दईओटा y = 2y** $\qquad$ **चारओटा y = 4y**

माथिका उदाहरणका आधारमा तलका प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :

(क) के Z र 3Z का कागज उत्रै छन् ?

(ख) के y र z का कागज उत्रै छन् ?

उत्रै वा समान मान भएका चललाई सजातीय पद भनिन्छ । Z र 3Z का कागज उत्रै छन् । उस्तै छन् । त्यसैले Z र 3Z लाई सजातीय पद भनिन्छ ।

> समान चल भएका पद सजातीय पद हुन् ।
> असमान चल भएका पद बिजातीय पद हुन् ।

फरक फरक मान भएका चललाई बीजातीय पद भनिन्छ । y र z का कागज फरक फरक उचाइका छन् । त्यसैले y र z भएका पद बीजातीय पद हुन् । त्यसैले y, 3Z लाई बीजातीय पद भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

चित्रहरू गनेर बीजगणितीय स्वरूपमा लेख्नुहोस् :

x x x x y y y y y

x x x x y y y y y

8 ओटा x मा 10ओटा y थप्दा $8x + 10y$ हुन्छ ।

यहाँ x र y फरक फरक छन् । त्यसैले 8x र 10y बीजातीय पद हुन् । यीनलाई जोड्न मिल्दैन ।

तर सजातीय पद भने उस्तै हुनाले जोड्न मिल्छ । तलको उदाहरण हेरौँ :

x x x x x x x x x

x x x x x x x x x

4x **14x**

4x र 14x सजातीय पद हुन् । यिनलाई जोड्न मिल्छ । त्यसैले, $4x + 14x = 18x$ हुन्छ ।

> समान चल भएका पद सजातीय पद हुन् । असमान चल भएका पद बीजातीय पद हुन् । सजातीय पद मात्र जोडिन्छ । विजातीय पद जोडिँदैन । सजातीय पदको घटाउ पनि गर्न सकिन्छ भने बिजातीय पदको घटाउ पनि गर्न सकिँदैन ।

उदाहरण 1

तल दिइएका प्रत्येक जोडी पद सजातीय वा बीजातीय पद के हुन्, छुट्याउनुहोस् :

(a) $4x$ र $10x$ (b) $4a$ र $7b$

(c) $9b^2$ र $8b^2$ (d) $4x^2y$ र $7x^2yz$

समाधान :

(a) $4x$ र $10x$ सजातीय पद हुन् किनभने दुवैमा चल राशि x छ ।

(b) $4a$ र $7b$ बीजातीय पद हुन् किनभने पहिलो पदको चल राशि a र दोस्रो

पदको चल राशि b छ ।

(c) $9b^2$ र $8a^2$ सजातीय पद हुन् किनभने दुवैमा चल राशि a^2 छ ।

(d) $4x^2y$ र $7x^2yz$ बीजातीय पद हुन् किनभने पहिलो पदको चल राशि x^2y र दोस्रो पदको चल राशि x^2yz छ ।

उदाहरण 2

दिइएका अभिव्यञ्जकमा कतिओटा पद छन् ? लेख्नुहोस् :

(क) $5x + 3$ (ख) $18x + y + 3$ (ग) $7a$

समाधान : यहाँ,

(क) 5x a 3 मा दुईओटा पद छन् ।

(ख) $18x + y + 3$ मा तीनओटा पद छन् ।

(ग) $7a$ मा एउटा पद छ ।

उदाहरण 3

योगफल निकाल्नुहोस् :

(a) $3x$ र $4x$ (b) $3x + 5y$ र $x + 2y$

समाधान :

(a) $3x$ र $4x$

$= 3x + 4x$

$= (3 + 4)x$

$= 7x$

(b) $3x + 5y$ मा $x + 2y$ जोड्नुहोस् ।

जोड्ने तरिका : सजातीय पद मात्र जोड्ने । 2x र x सजातीय पद हुन् । त्यस्तै 4y र 3y पनि सजातीय पद हुन् ।

$$\begin{array}{rcl} & 3x + 5y & \\ & x + 2y & \\ \hline 3x + x = 4x \rightarrow & 4x + 7y & \leftarrow 5y + 2y = 7y \end{array}$$

उदाहरण 4

फरक निकाल्नुहोस् :

(a) 8x बाट x (b) $9a^3b$ बाट $7a^3b$

समाधान :

(a) 8x बाट x

$= 8x - x$

$= (8-1)x$

$= 7x$

(b) $9a^3b$ बाट $7a^3b$

$= 9a^3b - 7a^3b$

$= 2a^3b$

उदाहरण 5

$3x + 4y$ बाट $2x + y$ घटाउनुहोस् :

घटाउने तरिका

सजातीय पद मात्र घटाउने । 3x र 2x सजातीय पद हुन् । त्यस्तै 4y र y पनि सजातीय पद हुन् ।

$$\begin{array}{r} 3x + 4y \\ 2x + y \\ \hline x + 3y \end{array}$$

यहाँ 2x र y घटाउनु पर्ने भएकाले तीनको तल – चिह्न लेखिएको छ ।

$3x - 2x = x \rightarrow$ $x + 3y$ $\leftarrow 4y - y = 3y$

माथिको हिसाबलाई चित्रबाट घटाएको हेरौँ :

$x \quad \cancel{x}$ $\qquad$ $y \quad y$

$\cancel{x}$ $\qquad$ $y \quad \cancel{y}$

$3x - 2x$ $\qquad$ $4y - y$

$= x$ $\qquad$ $= 3y$

माथिको हिसाबलाई अर्को तरिकाले पनि समाधान गर्न सकिन्छ :

$3x + 4y$ बाट $2x + y$ घटाउनुहोस् :

$(3x + 4y) - (2x + y)$

$= 3x + 4y - 2x - y$ [घटाउनुपर्ने पदलाई – ले जनाएको]

$= 3x - 2x + 4y - y$ [x भएका पदलाई एकै तिर राखी y भएका पदलाई पनि अर्कोतिर राखेको

$= x + 3y$ [x भएका पदको र y भएका पदको छुट्टा छुट्टै हिसाब गरेको]

उदाहरण 6

(a) $9x + 4y + 5z$ मा $3x + 5y + 3z$ जोड्नुहोस् :

जोड्ने तरिका : सजातीय पद मात्र जोड्ने । $9x$ र $3x$ सजातीय पद हुन् । त्यस्तै $4y$ र $5y$ साथै $5z$ र $3z$ पनि सजातीय पद हुन् ।

$$\begin{array}{r} 9x + 4y + 5z \\ 3x + 5y + 3z \\ \hline 12x + 9y + 8z \end{array}$$

$9x + 3x = 12x \rightarrow$

$\leftarrow 4y + 5y = 9y$

$\leftarrow 5z + 3z = 8z$

उदाहरण 7

सरल गर्नुहोस् :

$7a - 8b + 7c$ बाट $2a + 3b - 5c$ घटाउनुहोस् :

$(7a - 8b + 7c) - (2a + 3b - 5c)$ [घटाउनुपर्ने पदलाई – ले जनाएको]

$= 7a - 8b + 7c - 2a - 3b + 5c$ [– ले सबै पदलाई गुणन गरेको]

$= 7a - 2a - 8b - 3b + 7c + 5c$ [सजातीय पदलाई एकै तिर राखेको]

$= 5a - 11b + 12c$ [a भएका पदको, b भएका पदको र c भएका पदका छुट्टा छुट्टै हिसाब गरेको]

उदाहरण 8

मान निकाल्नुहोस् :

यदि $a = 2, b = 3$ भए

a) $a^2 + b^2$ b) $a^2 + 2ab + b^2$

समाधान :

यहाँ, $a = 2, b = 3$

(a) $a^2 + b^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

(b) $a^2 + 2ab + b^2 = (2)^2 + 2 \times 2 \times 3 + (3)^2 = 4 + 12 + 9 = 25$

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तल दिइएका प्रत्येक अवस्थाको बीजीय अभिव्यञ्जक बनाउनुहोस् :

(क) विनीतासँग x ओटा सुन्तलाहरू छन् । उनलाई आमाले 3 ओटा सुन्तला दिनुभयो भने विनीतासँग जम्मा कति सुन्तला भए ?

(ख) इसासँग y ओटा अमला छन् । तीमध्ये उनले रामलाई 8 ओटा दिइन् भने इसासँग कति अमला बाँकी छन् ?

(ग) विनयसँग z ओटा अम्बा थिए । उनकी आमाले दोब्बर अम्बा थपिदिनुभएछ भने विनयसँग जम्मा कति अम्बा भए होला ?

(घ) माथि दिइएका भनाइ कति कति पदीय अभिव्यञ्जक हुन् ? लेख्नुहोस् ।

2. दिइएका जोडी विजीय पदबाट सजातीय र विजातीय पद छुट्याउनुहोस् :

(क) $5x$ र $6x$ (ख) xy र $3y$ (ग) $7a^2$ र $3a^2$

(घ) $b, 3b$ र $10b$ (ङ) $6d^3$ र $3d^6$

3. योगफल निकाल्नुहोस् :

(क) $10x$ र $15x$ (ख) $13y$ र $5y$ (ग) $5a^2b$ र $8a^2b$

(घ) $9x + 5y$ र $10x + 2y$ (ङ) $5x + 7y$ र $11y + y$ (च) $2a + 2b$ र $7a + 7b$

(छ) $(2c + 3d)$ र $(3c + 5d)$ (ज) $(7a^2 + 3a + 7)$ र $(5a^2 + 3a + 6)$

4. फरक निकाल्नुहोस् :

(क) $6xy$ बाट $2xy$ (ख) $18a^2bc$ बाट $5a^2bc$

(ग) $8x + 5y$ बाट $2x + 4y$ (घ) $7b + 6y$ बाट $3b + 6y$

(ङ) $4z + 7b$ बाट $10z + 2b$ (च) $6a + 5b$ बाट $3a + 3b$

(छ) $(6x + 7y + 8z)$ बाट $(2x + 3y + 4z)$

(ज) $(4a - 3b + 5c)$ बाट $(2a + b - 3c)$

5. सरल गर्नुहोस् :

(क) $7n^2 + 3n^2 - 9n^2$ (ख) $(a^2 + ab + b^2) - (a^2 - ab + b^2)$

(ग) $(5x^2 + xy + y^2) + (2x^2 + 4xy + 8y^2)$

(घ) $(2a - 3m + 7n) - (2a + 3m + 7n)$ (ङ) $(3a + 2b + 5c) - (2a + b + 3c)$

6. मान निकाल्नुहोस् :

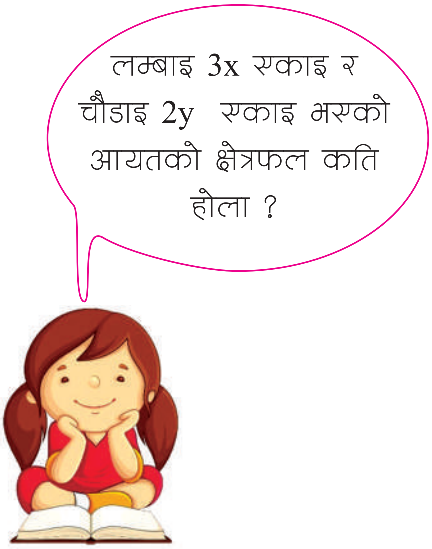
यदि $x = 5, y = 4$ भए

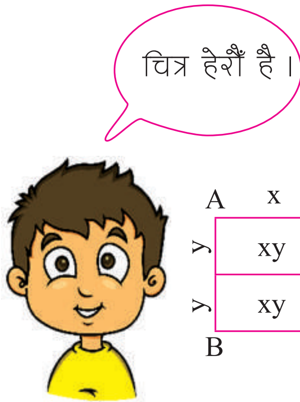
a) $x^2 + y^2$ b) $x^2 + 2xy + y^2$

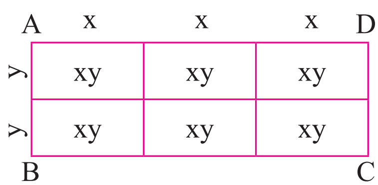
पाठ : 24 बीजीय अभिव्यञ्जकको गुणन र भाग
(Multiplication and Division of Algebraic Expression)

एक पदीय अभिव्यञ्जकको गुणन (Multiplication of monomial algebraic expressions)

क्रियाकलाप 1







यहाँ, आयत ABCD को क्षेत्रफल

$= 6$ ओटा साना आयतको क्षेत्रफल

$= (xy + xy + xy + xy + xy + xy)$

$= 6xy$

$\therefore$ आयत ABCD को क्षेत्रफल $= 6xy$

फेरि, आयत ABCD को क्षेत्रफल

= लम्बाइ ऊचौडाइ

$= 3x \times 2y$

$= 6xy$

तसर्थ, एक पदीय अभिव्यञ्जकको गुणनमा माथिको पहिलो पद 3x मा रहेको गुणाङ्क 3 ले 2y मा रहेको गुणाङ्क 2 लाई गुणन $(3 \times 2 = 6)$ गरी अक्षरको गुणनफल निकालिन्छ । जस्तै :

$$= 3x \times 2y = 6xy$$

> एक पदीय अभिव्यञ्जकको गुणनमा गुणाङ्कको गुणनफललाई अक्षरको गुणनफलले गुणन गरिन्छ ।

उदाहरण 1

गुणन गर्नुहोस् :

(a) $8y \times 4y$ (b) $\frac{2}{3}x \times 6y \times \frac{z}{2}$

समाधान :

यहाँ,

a) $8y \times 4y$

$= 8 \times 4 \times y \times y$

$= 32y^2$

b) $\frac{2}{3}x \times 6y \times \frac{z}{2}$

$= \frac{2}{3} \times 6 \times \frac{1}{2} \times x \times y \times z$

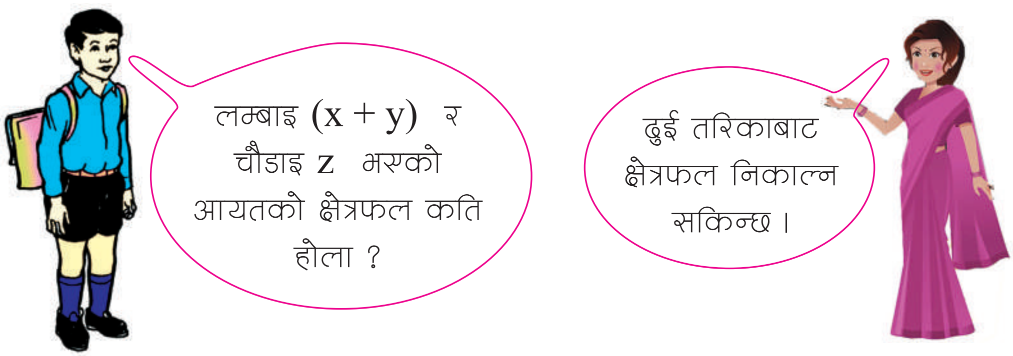
$= \frac{12}{6} \times xyz$

$= 2 \times xyz$

$= 2xyz$

द्विपदीय अभिव्यञ्जकलाई एक पदीय अभिव्यञ्जकले गुणन (Multiplication of binomial by monomial algebraic expressions)

क्रियाकलाप 2



पहिलो तरिका,

यहाँ, आयत ABCD को क्षेत्रफल = लम्बाइ × चौडाइ

$= (x + y) \times z$

$= (yz + yz)$

दोस्रो तरिका,

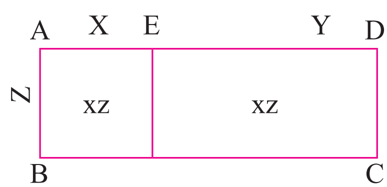
आयत ABCD को क्षेत्रफल आयत = आयत ABFE को क्षेत्रफल + आयत EFCD को क्षेत्रफल

$= XZ + YZ$

$= (XZ + YZ)$

∴ आयत ABCD को क्षेत्रफल $= (XZ + YZ)$

$\therefore (X + Y) \times Z = (XZ + YZ)$



द्विपदीय अभिव्यञ्जकलाई एक पदीय अभिव्यञ्जकले गुणन गर्दा गुणनको पद विच्छेदन नियम (Distributive law of multiplication) प्रयोग गरिन्छ ।

उदाहरण 2

गुणन गर्नुहोस् :

(a) $2a \times (4y + 7z)$ (b) $9a \times (2a + 9c)$

समाधान :

यहाँ, (a) $2a \times (4y + 7z)$

$= 2a \times 4y + 2a \times 7z$

$= 8ay + 14az$

(b) $9a \times (7a + 5c)$

$= 9a \times 7a + 9a \times 5c$

$= 63a^2 + 45ac$

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. गुणन गर्नुहोस् :

(क) $4x \times 7x$ (ख) $3a \times 4b \times 2c$ (ग) $\frac{4}{3}a \times 12b \times \frac{c}{8}$

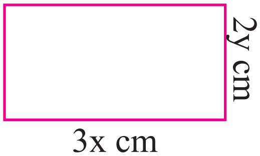
2. गुणन गर्नुहोस् :

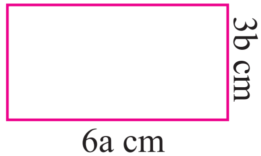
(क) $8a \times (9x + 8y)$ (ख) $13a \times (5b + 3c)$

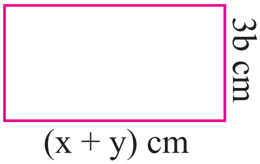
(ग) $10m \times (n + c)$ (घ) $3k \times (4k+3m - 4n)$

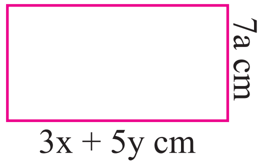
(ङ) $5h \times (6y + 7x)$

3. आयतको क्षेत्रफल (A) = लम्बाइ (l) × चौडाइ (b) हुन्छ । तलका प्रत्येक आयतको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :

(a)


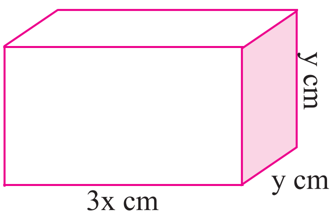
(b)


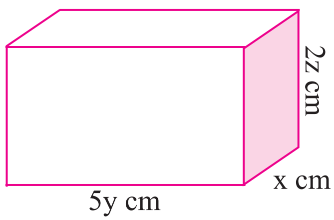
(c)


(d)


4. प्रश्न नं 3 मा $a = 1, b = 2, x = 4, y = 5$ भए प्रत्येक आयतको वास्तविक क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

5. आयताकार वस्तुको आयतन (V) = लम्बाइ (l) × चौडाइ (b) × उचाइ (h) हुन्छ । तल दिइएको आयताकार वस्तुको आयतन निकाल्नुहोस् :

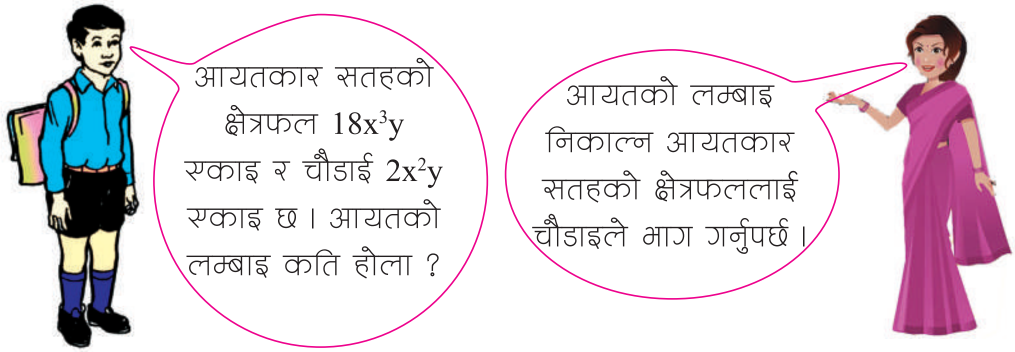
(a)


(b)


बीजीय अभिव्यञ्जकको भाग (Division of Algebraic Expression)

एक पदीय अभिव्यञ्जकलाई एक पदीय अभिव्यञ्जकले भाग (Division of monomial algebraic expression by monomial algebraic expression)

क्रियाकलाप 1



आयतकार सतहको क्षेत्रफल $= 18x^3y$

चौडाइ $= 2x^2y$, लम्बाइ $= ?$

यहाँ,

लम्बाइ $= \dfrac{A}{b}$

लम्बाइ $= \dfrac{18x^3y}{2x^2y}$

लम्बाइ $= \dfrac{\cancel{2}\times3\times3\times\cancel{x}\times\cancel{x}\times x\times\cancel{y}}{\cancel{2}\times\cancel{x}\times\cancel{x}\times\cancel{y}}$

लम्बाइ $= 9x$

क्रियाकलाप 2

आयतकार सतहको क्षेत्रफल $50\ x^3y + 15\ x^2y$ एकाइ र चौडाइ $2x^2y$ एकाइ छ । आयतको लम्बाइ कति होला ?

समाधान :

आयतकार सतहको क्षेत्रफल $= 50\ x^3y + 15\ x^2y$

चौडाइ $= 5xy$

लम्बाइ $= ?$

यहाँ,

$$\text{लम्बाइ} = \frac{A}{b}$$

$$\text{लम्बाइ} = \frac{50x^3\,y + 15x^2\,y}{5xy}$$

$$\text{लम्बाइ} = \frac{2\times\cancel{5}\times5\times\cancel{x}\times x\times x\times\cancel{y}}{\cancel{5}\times\cancel{x}\times\cancel{y}} + \frac{3\times\cancel{5}\times\cancel{x}\times x\times\cancel{y}}{\cancel{5}\times\cancel{x}\times\cancel{y}}$$

$$\text{लम्बाइ} = 10x^2 + 3x$$

उदाहरण 1

भाग गर्नुहोस् :

(a) $21xy \div 3x$ (b) $(18a^3b^2 - 48a^2b^3) \div 6a^2b^2$

समाधान :

(a) यहाँ, $21xy \div 3x = \dfrac{21xy}{3x} = \dfrac{7\times3\times x\times y}{3\times x} = 7y$

(b) यहाँ, $(18a^3b^2 - 48a^2b^3) \div 6a^2b^2 = \dfrac{18a^3b^2 - 48a^2b^3}{6a^2b^2}$

$$= \frac{18a^3b^2}{6a^2b^2} - \frac{48a^2b^3}{6a^2b^2}$$

$$= \frac{3\times6\times a^2\times a\times b^2}{6\times a^2\times b^2} - \frac{6\times8\times a^2\times b^2\times b}{6\times a^2\times b^2}$$

$$= 3\times a - 8\times b$$

$$= 3a - 8b$$

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. भाग गर्नुहोस् :

(a) $24xy \div 4xy$ (b) $27a^3b^3 \div 3a^3b^2$

(c) $(ab + bc) \div b$ (d) $(xy^2 - 2xy) \div xy$

(e) $(35p^3q^2 + 63p^2q^3) \div 7pq$ (f) $(32a^3y^3 - 18a^2y^2) \div 8a^2y^2$

2. आयतकार सतहको क्षेत्रफल $50a^4b^2y$ एकाइ र चौडाइ $4a^3\,b^2y$ एकाइ छ । आयतको लम्बाइ कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

3. आयतकार सतहको क्षेत्रफल $49m^5n^4p^3 + 63m^3n^2p^2\ cm^2$ र चौडाइ $7m^2n^2p^2$ cm छ । आयतको लम्बाइ कति होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

पाठ : 25 समीकरण (Equation)

समीकरण (Equation)

तल दिइएको अवस्थालाई गणितीय वाक्यमा कसरी लेख्न सकिन्छ ? अनुमान गर्नुहोस् ।

लाक्पासँग एक झोला अम्बा थियो । उसले त्यसबाट 5 ओटा ध्रुवलाई दिएछन् । लाक्पासँग 7 ओटा अम्बा बाँकी भएछ ।

यहाँ, लाक्पासँग पहिले झोलामा भएको अम्बाको सङ्ख्या थाहा नभएकाले x ले मान्दा,

$x - 5 = 7$ लेख्न सकिन्छ ।

$x - 5 = 7$ लाई समिकरण भनिन्छ ।

बीजीय अभिव्यञ्जकलाई बराबर चिह्न '=' ले जोडेर बनेको गणितीय वाक्य नै समीकरण हो

बराबरी तथ्यको प्रयोग गरी समीकरणको हल

क्रियाकलाप 1

सँगैको तराजुमा एकातिर एउटा थैलीमा एक रुपियाँका द्याकको एउटा पोका र बाहिर 4 ओटा एक रुपियाँका द्याक छन् । अर्कोतिर 10 ओटा एक रुपियाँका द्याक छन् । तराजुले दुवै तिरको तौल बराबर देखाएको छ ।

त्यसैले दुवैतिर भएका एक रुपियाँका द्याकको सङ्ख्या बराबर छ । तर बायाँतिर पोका बाहिर 4 ओटा एक रुपियाँका द्याक भएकाले पोकाभित्र 6 ओटा एक रुपियाँका द्याक छन् भन्ने थाहा हुन्छ ।

हामी यो समस्यालाई यसरी पनि बुझ्न सक्छौं ।

सँगैको तराजुमा एकातिर एउटा थैलीमा एक रुपियाँका द्याकको एउटा पोका र 4 ओटा एक रुपियाँका द्याक छन् । अर्कोतिर 10 ओटा एक रुपियाँका द्याक छन् । तराजुले दुवै तिरका तौल बराबर देखाएको छ । थैलीभित्र भएका द्याकलाई x ले जनाउने हो भने

$x + 4 = 10$ हुन्छ ।

अब, तराजुको दुवैतिरबाट बायाँतिर थैली बाहिर भएका 4 ओटा एक रुपियाँका द्याकलाई निकालौँ ।

अर्थात् $\frac{4}{4}$ ओटा एक रुपियाँका द्याकक निकाल्दा पनि बराबर तौल देखिएको छ । त्यसैले,

$x + 4 = 10$

$x + 4 - 4 = 10 - 4$

$\therefore\ x = 6$

$\therefore$ त्यसैले थैलिभित्र 6 ओटा एक रुपियाँका द्याक रहेछन् ।

तराजुको दुवैतिरबाट बराबर परिमाण झिक्दा तराजुको सन्तुलन कायम भइरहेको छ ।

बराबरमा बराबर घटाउँदा परिणाम पनि बराबर हुन्छ ।

के तराजुमा एकातिर अब अर्को एउटा एक रुपियाँका द्याक थप्यौँ भने बराबर देखाउला त ? पक्कै पनि देखाउँदैन । त्यसैले बराबर भएको बेला दुवैतिर बराबर थप्यौ वा बराबर भिक्यौँ भने पुनः बराबर देखाउँछ । यसैलाई बराबरी तथ्य भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

तराजुको एकातिर 3 पोका र अर्कोतिर 9 ओटा गुच्चा राखिएका छन् । तराजुको दुवैतिरको तौल बराबर छ । पोकामा भएको गुच्चालाई x ले जनाउने हो भने $3x = 9$ हुन्छ ।

तराजुको एकातिर तीन पोकामा गुच्चा भएकाले अर्कोतिरको गुच्चालाई पनि तीन बराबर भाग लगाउनुपर्छ । यसरी तीन बराबर भाग लगाउँदा $\frac{3}{3}$ ओटाको तीन भाग बन्छ । दुवैतरको 3 भागको एक भाग मात्र बाँकी राख्दा एकातिर एक पोका र अर्कोतिर 3 ओटा गुच्चा बाँकी रहनेछन् र पनि तराजुले बराबर तौल देखाउँछ ।

माथिको समीकरणलाई तीन भाग लगाउँदा, $\frac{3x}{3}=\frac{9}{3}$ हुन्छ ।

$\therefore\ x = 3$

त्यसैले, एक पोकाभित्र 3 ओटा गुच्चा रहेछन् ।

बराबरलाई बराबरले भाग गर्दा भागफल पनि बराबर नै हुन्छ ।

बराबरी तथ्य

जोडको बराबरी तथ्य : बराबरमा बराबर जोड्दा परिणाम पनि बराबर हुन्छ ।

घटाउको बराबरी तथ्य : बराबरबाट बराबर घटाउँदा परिणाम पनि बराबर हुन्छ ।

गुणनको बराबरी तथ्य : बराबरलाई बराबरले गुणन गर्दा परिणाम पनि बराबर हुन्छ ।

भागको बराबरी तथ्य : बराबरलाई बराबरले भाग गर्दा परिणाम पनि बराबर हुन्छ ।

उदाहरण 1

हल गर्नुहोस् :

$x + 3 = 7$

समीकरणको हल गर्ने भनेको x को मान पत्ता लगाउनु हो । त्यसैले समीकरणको बायाँतिर x मात्र रहने गरी बराबरी तथ्यको प्रयोग गरौँ :

समाधान

यहाँ, $x + 3 = 7$

अथवा, $x + 3 - 3 = 7 - 3$

$\therefore\ x = 25$

यो नै समीकरणको हल हो ।

उदाहरण 2

हल गर्नुहोस् :

$x - 7 = 18$

समीकरणको हल गर्ने भनेको x को मान पत्ता लगाउनु हो । त्यसैले समीकरणको बायाँ तिर x मात्र रहने गरी बराबरी तथ्यको प्रयोग गरौं :

समाधान

यहाँ, $x - 7 = 18$

अथवा, $x - 7 + 7 = 18 + 7$

$\therefore\ x = 17$

यो नै समीकरणको हल हो ।

> यहाँ, समीकरणको बायाँतिर 7 हटाउन दुवैतिर 7 जोड्दा पुनः बराबर हुन्छ ।

उदाहरण 3

हल गर्नुहोस् : $9x = 81$

समाधान

यहाँ, $9x = 81$

अथवा, $\dfrac{9x}{9} = \dfrac{81}{9}$

$\therefore\ x = 9$

> यहाँ, समीकरणको बायाँतिर 9 हटाउन दुवैतिर 9 ले भाग गर्दा पुनः बराबर हुन्छ ।

उदाहरण 4

हल गर्नुहोस् : $\frac{a}{5} = 9$

समाधान

यहाँ, $\frac{a}{5} = 9$

अथवा, $\frac{a}{5} \times 5 = 9 \times 5$

$\therefore\ a = 45$

> यहाँ, समीकरणको बायाँतिर हरमा भएको 9 हटाउन दुवैतिर 9 ले गुणन गर्दा पुनः बराबर हुन्छ ।

उदाहरण 5

हल गर्नुहोस् : $7x - 5 = 30$

समाधान

यहाँ, $7x - 5 = 30$

अथवा, $7x - 5 + 5 = 30 + 5$ (दुवैतिर 5 जोड्दा)

अथवा, $7x = 35$

अथवा, $\frac{7x}{7} = \frac{35}{7}$ (दुवैतिर 7 ले भाग गर्दा)

$\therefore\ x = 5$

उदाहरण 6

एउटा सङ्ख्याको 2 गुणामा 5 जोड्दा योगफल 13 हुन्छ भने त्यो सङ्ख्या कति होला ?

समाधान :

यहाँ, आवश्यक सङ्ख्या = x, मानौँ

प्रश्नबाट, $2x + 5 = 13$

or, $2x + 5 - 5 = 13 - 5$ (किन ?)

or, $2x = 8$

or, $\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$ (किन ?)

$\therefore \ x = 4$

अत, आवश्यक सङ्ख्या = 4 रहेछ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तल दिइएका प्रत्येक समीकरणका बराबरी तथ्य प्रयोग गरी हल गर्नुहोस् :

(a) $x + 2 = 10$	(b) $d - 9 = 3$	(c) $a - 5 = 4$
(d) $12 - x = 4$	(e) $8x = 48$	(f) $7a + 2 = 16$
(g) $15x - 5 = 40$	(h) $\frac{z}{4} = 14$	(I) $\frac{48}{a} = 6$

2. तल दिइएका प्रत्येक अवस्थामा समीकरण बनाई हल गर्नुहोस् :

(a) 3 मा x जोड्दा योगफल 17 हुन्छ ।

(b) b मा 15 जोड्दा योगफल 20 हुन्छ ।

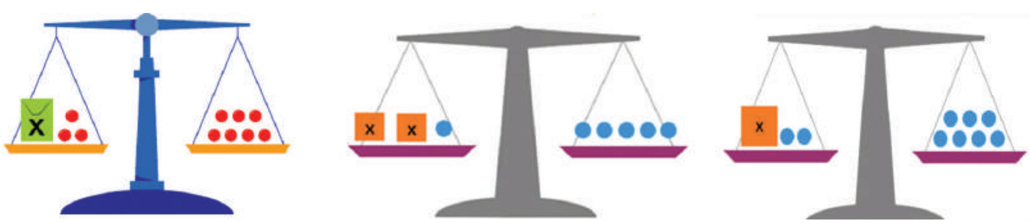
(c) d मा 5 घटाउँदा बाँकी 12 हुन्छ ।

(d) 15 बाट x घटाउँदा बाँकी 9 हुन्छ ।

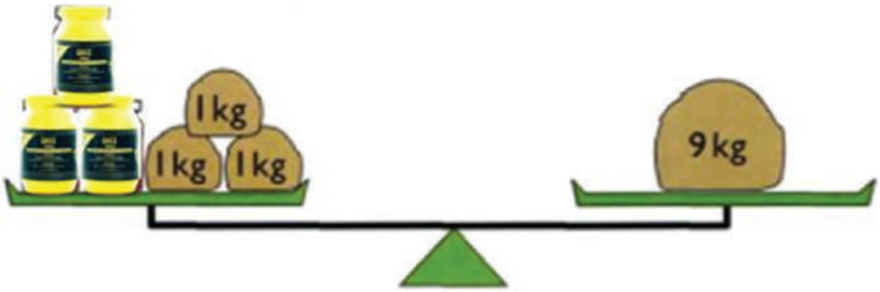
(e) 6 ले x लाई गुणन गर्दा गुणनफल 24 हुन्छ ।

(f) 5 ले a लाई गुणन गरि 5 जोड्दा योगफल 25 हुन्छ ।

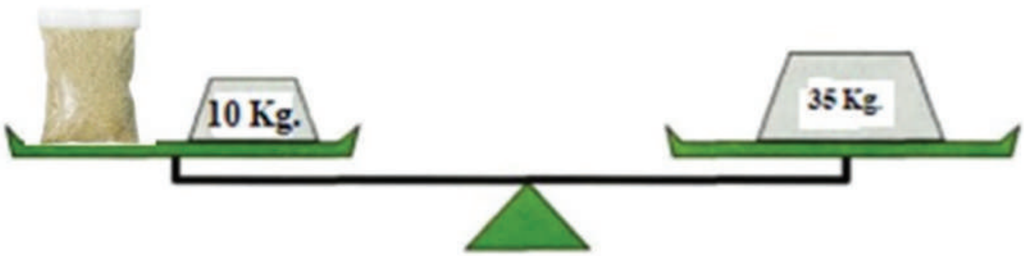
3. तलको तराजुको अवलोकन गरी समीकरण बनाएर x को मान पत्ता लगाउनुहोस् :



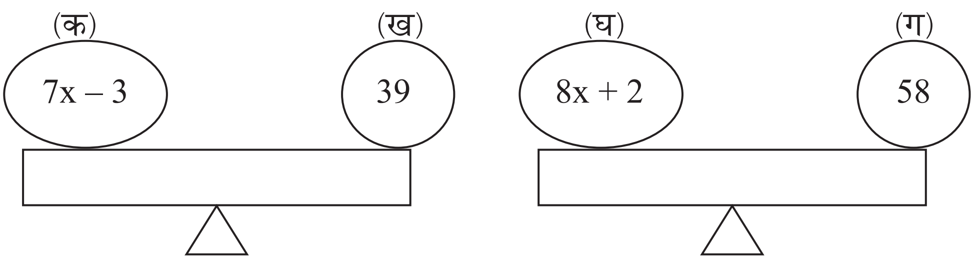
4. तलको तराजुको अवलोकन गरी समीकरण बनाएर एक बट्टा घ्युको तौल पत्ता लगाउनुहोस् :



5. तलको तराजुको अवलोकन गरी समीकरण बनाएर एक बोरा चामलको तौल पत्ता लगाउनुहोस् :



6. तल दिइएका प्रत्येक चाकाचुली जमिनसँग सन्तुलित छन् भने x को मान कति हुनुपर्छ ?



एकाइ 5

ज्यामिति (Geometry)

पाठ: 26 रेखा र कोण (Line and Angles)

रेखा र रेखाखण्ड (Line and line segment)

परिचय (Introduction)

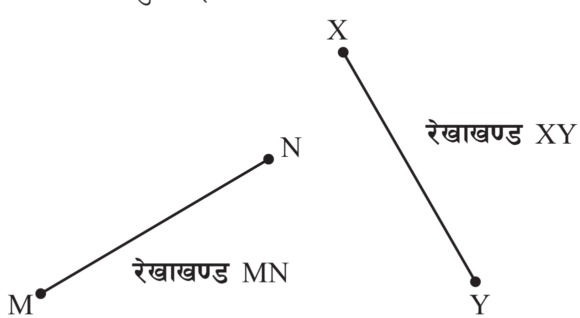
एउटा कापीको पाना लिएर पट्याउनुहोस् र त्यसलाई खोलेर हेर्नुहोस् । पट्याइएको ठाउँमा डाम देख्नसक्नुहुने छ । सो डाममा कलमले धर्का तान्नुहोस् । उक्त धर्का नै रेखाखण्ड हो ।

रुलर वा यस्तै सिधा किनारा भएको वस्तुको किनाराबाट सिसाकलमले धर्को तानेर रेखा र रेखाखण्ड दुवै खिच्न सकिन्छ ।

जस्तैः A. .B

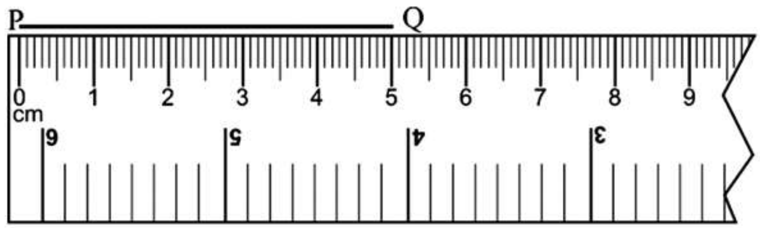
यहाँ दिइएका दुईओटा विन्दु A र B लाई सिसाकल र रुलरको सहायताले सिधा धर्का बनाई जोड्दा तलको जस्तो आकृति बन्छ ।

यसरी बनेको आकृतिलाई रेखाखण्ड भनिन्छ । यसको छेउ छेउका विन्दु A र B भएकाले यसको नाम रेखाखण्ड AB हुन्छ । यसै गरी तल केही रेखाखण्ड र तिनका नाम दिइएको छ, अध्ययन गर्नुहोस् :



चित्रमा A देखि B सम्मको लम्बाइ रेखाखण्ड हो । यसलाई रेखाखण्ड AB वा BA लेख्न सकिन्छ । चित्रको पूरा लम्बाइ रेखा हो । यसलाई MN रेखा लेख्न सकिन्छ । तीरले यो रेखालाई अनन्त सम्म लम्बाउन सकिन्छ भन्ने बुझिन्छ ।

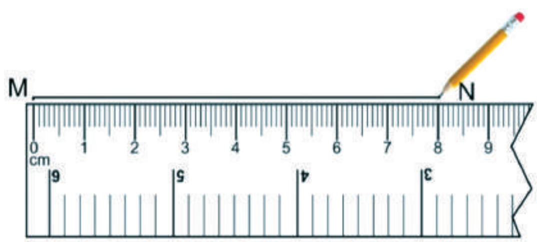
रेखाखण्डको नाप



माथिको चित्रमा रेखाखण्ड PQ को एउटा छेउ विन्दु P मा रुलरको 0 लाई राखेर अर्को छेउ Q सम्म गन्दै जाँदा 5 मा पुगेको देखिन्छ, तसर्थ रेखाखण्ड PQ को नाप 5 से.मि. भयो । यसलाई PQ = 5 से.मि. लेखिन्छ ।

दिइएको नापको रेखाखण्डको रचना

कुनै एउटा 6 से.मि. लम्बाइ भएको रेखाखण्ड MN खिचौँ ।



- रुलरलाई कापीमा राखौँ ।
- रुलरलाई नहल्लने गरी एउटा हातले अड्याएर अर्को हातले 0 मा एउटा विन्दु M र 8 मा अर्को विन्दु N बनाऔँ ।
- अब उक्त दुई विन्दु M र N लाई सिधा रेखाले जोडौँ र रुलरलाई हटाएर हेरौँ ।
- MN = 8 cm को रेखाखण्ड रचना भयो ।

प्रतिच्छेदन र समानान्तर रेखा

प्रतिच्छेदित रेखा (Intersecting lines)

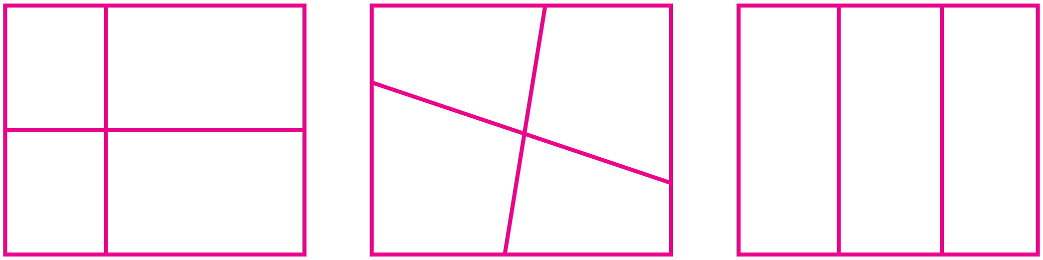
चित्रमा कैँची देखाइएको छ। कैँचीको दुवै पाटामा भएको धारलाई रेखा भन्न सकिन्छ। कैँचीको दुई पाटाहरू एकआपसमा काटिएका छन्। यसरी आपसमा काटिएका रेखालाई प्रतिच्छेदित रेखा भनिन्छन्।

चित्र II मा घडी देखाइएको छ। घडीको लामो सुई (मिनेट सुई) OQ र छोटो सुई (घण्टा सुई) OP ले विन्दु O मा एक अर्कालाई भेटेको छन्। त्यसैले OP र OQ प्रतिच्छेदित रेखा हुन् र 'O' प्रतिच्छेदन विन्दु हो।

एक आपसमा काटिने रेखालाई प्रतिच्छेदित रेखा र काटिएको विन्दुलाई प्रतिच्छेदित विन्दु भनिन्छ।

क्रियाकलाप

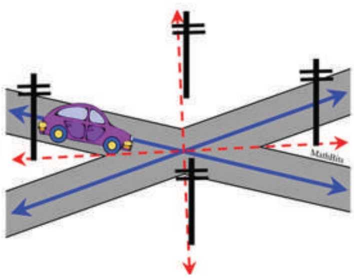
- एउटा कागजको पन्ना लिनुहोस्।
- सो कागजलाई विपरीत तिरबाट दुईपटक पालै पालो पट्याउनुहोस्।
- कागज पट्याउँदा घेरा परेका ठाँउमा कलम र रुलरको सहायताले रेखा तान्नुहोस्।
- के दुईओटा रेखाको चित्र बन्यो ?
- रेखा एक आपसमा काटिएका छन् वा छैनन् ?
- रेखाको विचमा एउटा साझा विन्दु छ वा छैन ?
- के तल तालिकामा देखाइएका जस्ता चित्र बने त ?
- तिनीहरू कस्ता जोडी रेखा होलान् ?



कुनै एउटा कागजलाई दुईपटक पट्याउँदा एक जोडा रेखा बन्छन्। एक आपसमा काटिएका रेखालाई प्रतिच्छेदित रेखा भनिन्छ। दुईओटा रेखाखण्ड एउटा साझा विन्दुमा प्रतिच्छेदित हुन्छन् र सो साझा विन्दुलाई प्रतिच्छेदन विन्दु भनिन्छ।

क्रियाकलाप

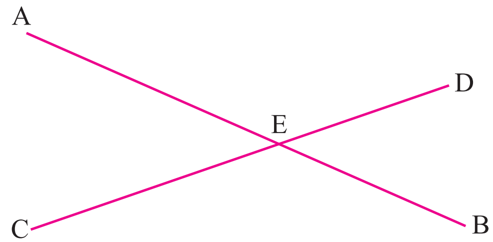
तल चित्रमा दुईओटा सिसाकलम र चौबाटो देखाइएको छ। तिनीहरूमा प्रतिच्छेदित रेखा छन् वा छैनन्, अवलोकन गरी पत्ता लगाउनुहोस्।

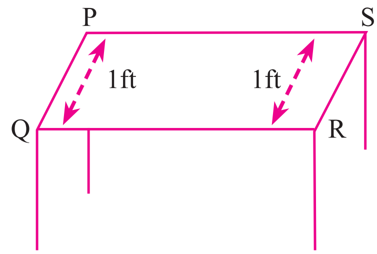


क्रियाकलाप

प्रयास गर्नुहोस् :

- के रेखाखण्ड AB र CD एक आपसमा भेटिएका छन् ?
- रेखाको बिचमा साझा विन्दु छ वा छैन ?
- AB र CD कस्ता रेखाखण्ड हुन् ?





निष्कर्ष : दुई रेखाखण्डको एउटा साझा विन्दु भएमा तिनीहरूलाई प्रतिच्छेदित रेखाखण्ड भनिन्छ । जस्तै : दिइएको चित्रमा रेखाखण्ड AB र CD विन्दु E मा प्रतिच्छेदन भएका छन् ।

समानान्तर रेखा (Parallel Lines)

तलको चित्र हेरी दिइएका प्रश्नको छलफल गर्नुहोस् :

i. दिइएको चित्रमा कतिओटा किनारा छन् ?

ii. के किनारा PQ र QR एक आपसमा प्रतिच्छेदित छन् ?

iii. के सम्मुख किनारा PQ र RS एकआपसमा प्रतिच्छेदित छन् ?

iv. के किनारा PQ र RS लाई लम्ब्याउँदा एक आपसमा प्रतिच्छेदन हुन्छन् होला ?

v. अर्को जोडी सम्मुख किनारा PS र QR लाई लम्ब्याउँदा के होला ?

माथि चित्रमा बेन्च देखाइएको छ । बेन्चमा चारओटा किनारा छन् । बेन्चको किनार PQ र QR एकआपसमा विन्दु Q मा भेटिएका छन् । त्यसैले PQ र QR प्रतिच्छेदित रेखा हुन् । तर सम्मुख किनारा PQ र RS एक आपसमा प्रतिच्छेदन छैनन् । ती सम्मुख किनारा RQ र RS लाई दुवैतिर जति लम्ब्याउँदा पनि एक आपसमा प्रतिच्छेदन हुँदैनन् । यसरी एउटै समतल सतहका रेखालाई दुवैतिर जति लम्ब्याउँदा पनि आपसमा प्रतिच्छेदन हुँदैनन् भने त्यस्ता रेखालाई समानान्तर रेखा भनिन्छ । चित्रमा PQ र RS साथै PS र QR एक आपसमा समानान्तर छन् । समानान्तरलाई गणितीय चिह्न "//" द्वारा जनाइन्छ । त्यसैले PQ//RS र PS//QR लेख्न सकिन्छ ।

क्रियाकलाप

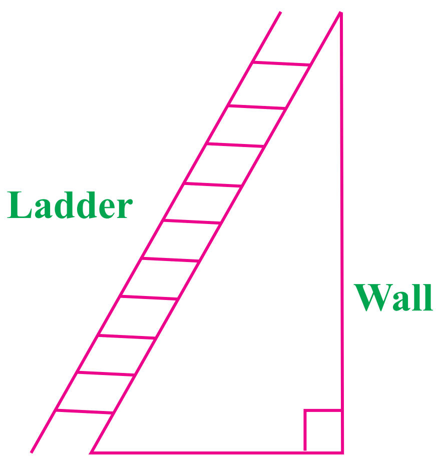
- प्रत्येक सिकारुले रुलर र सिसाकलमको प्रयोग गरी रुलरको विपरीत किनारा पट्टीबाट दुईओटा रेखाखण्ड खिच्नुहोस् ।

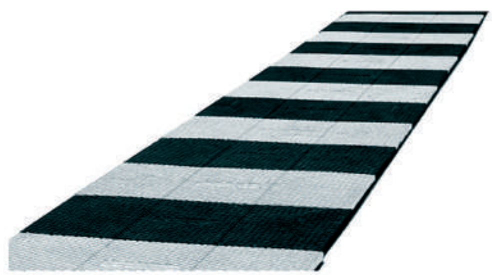
- खिचिएका दुईओटा रेखाखण्डको नामकरण गर्नुहोस् ।
- अब, रेखाखण्ड AD र CB लाई दुवैतिरबाट लम्बाउनुहोस् ।
- दुवै रेखाखण्डलाई आपसमा लम्बाउँदा कुनै विन्दुमा प्रतिच्छेदन हुन्छन् वा हुँदैनन् ? हेर्नुहोस् ।
- ती दुई रेखा बिचको दुरी के हुन्छ ? रुलरको सहायताले नाप्नुहोस् ।
- तिनीहरू कस्ता जोडी रेखा होलान् ? छलफल गर्नुहोस् ।

एउटै समतल सतहका रेखालाई दुवैतिर जति लम्बाउँदा पनि आपसमा प्रतिच्छेदन हुँदैनन् भने त्यस्ता रेखालाई समानान्तर रेखा भनिन्छ । चित्रमा, रेखाखण्ड AD र CB एक आपसमा समानान्तर छन् । सङ्केतमा लेख्दा AB//CD लेखिन्छ ।

क्रियाकलाप

तल चित्रमा भऱ्याङ र जेब्रा क्रसिङको चित्र देखाइएको छ । ती चित्रमा समानान्तर रेखा छन् वा छैनन् अवलोकन गरी लेख्नुहोस् :





एउटै समतल सतहका रेखालाई दुवैतिर जति लम्बाउँदा पनि एक आपसमा प्रतिच्छेदनन् हुँदैनन् भने त्यस्ता रेखा समानान्तर हुन्छन् ।

- दुईओटा समानान्तर रेखाबिचको दुरी बराबर हुन्छ ।

प्रयास गर्नुहोस् :

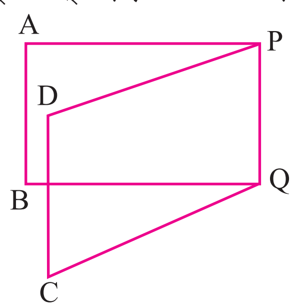
- तपाईँले आफ्नो अभ्यास पुस्तिकाका सम्मुख किनारा, रुलरका सम्मुख किनारा, ढोकाका सम्मुख किनारा र झ्यालका सम्मुख किनारा प्रतिच्छेदित वा समानान्तर के हुन्छन् ? अवलोकन गरी लेख्नुहोस् ।

लम्ब रेखा (Perpendicular lines)

क्रियाकलाप 1

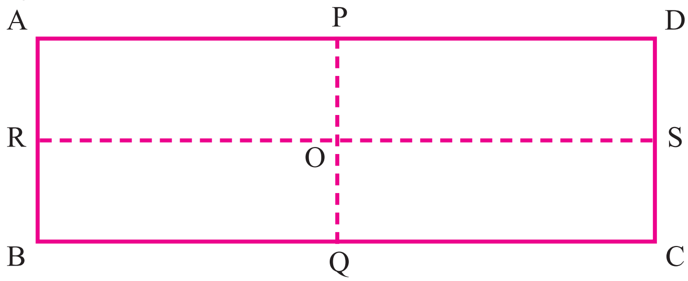
- एउटा आयतकार कागज लिनुहोस् । चारओटा कुनालाई नामकरण गर्नुहोस् । जस्तै : चित्रमा ABCD नामकरण गरिएको छ ।

- विन्दु D लाई A मा तथा विन्दु C लाई B मा पर्ने गरी पट्याउनुहोस् । पट्याइएको भागलाई नामकरण गर्नुहोस् । पट्याइएको भागलाई PQ नामकरण गरिएको छ ।



- फेरि सोही कागजमा विन्दु A लाई B मा तथा विन्दु D लाई C मा पर्ने गरी पट्याउनुहोस् । पट्याइएको भागलाई RS नामकरण गरिएको छ ।

- पट्याइएको कागज खोल्नुहोस् । रेखाखण्ड PQ र RS को प्रतिच्छेदन विन्दुलाई नामकरण गर्नुहोस् । जस्तै : चित्रमा O नामकरण गरिएको छ ।



- विन्दु O मा बनेका प्रत्येक कोणको नाप प्रोटेक्टरको सहायताले नाप्नुहोस् ।
- के विन्दु O मा बनेका प्रत्येक कोणको नाप 90° हुन्छ ? नतिजा के आयो ?
- कोणका नापको आधारमा ती दुई रेखालाई कस्ता रेखा भन्न सकिन्छ ?

चित्रमा विन्दु O मा चारओटा कोण बनेका छन् । प्रोटेक्टरको सहायताबाट नाप्दा प्रत्येक कोण 90° भएकाले PQ र RS एकआपसमा लम्ब छन् । आपसमा समकोण भई प्रतिच्छेदन भएका रेखालाई लम्ब रेखा भनिन्छ ।

यदि दुईओटा रेखाखण्ड विचमा 90° को कोण बन्ने गरी प्रतिच्छेदन भएका छन् भने त्यस्ता रेखालाई लम्ब रेखा भनिन्छ । जस्तैः चित्रमा $\angle POR = 90°$ छ तसर्थ PQ र RS लम्ब रेखा हुन् । यसलाई $RS \perp PQ$ लेखिन्छ ।

क्रियाकलाप

तल चित्रमा झ्यालको फ्रेम र टायल देखाइएको छ । ती चित्रमा कहाँ कहाँ लम्ब रेखा छन् अवलोकन गरी लेख्नुहोस् :

प्रयास गर्नुहोस् :

तपाईंको घरमा कहाँ कहाँ र कुन कुन वस्तुमा लम्ब रेखा छन्, अवलोकन गरी लेख्नुहोस् ।

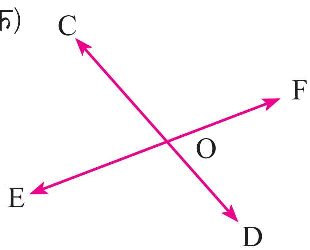
क्रियाकलाप

यी माथिका क्रियाकलाप गराइसकेपछि सहजकर्ताले दुईओटा पेन्सिल, हातका औँला वा बाँसका सिन्काको माध्यमबाट रेखाखण्ड प्रतिच्छेदित हुने, लम्ब हुने र समानान्तर हुने अवस्थाका बारेमा जानकारी गराउँदै यस पाठमा रहेका मुख्य धारणा (Key words) प्रतिच्छेदित रेखा, समानान्तर रेखा र लम्ब रेखाका बारेमा प्रस्ट पार्नुहोस् ।

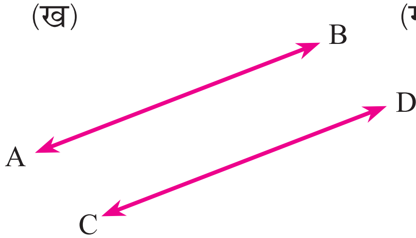
उदाहरण 1

तल दिइएका जोडी रेखा कस्ता रेखाखण्ड होलान् र किन ? लेख्नुहोस् ।

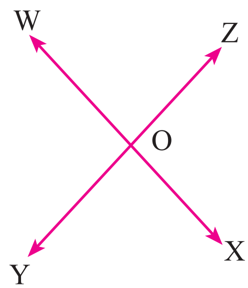
(क)



(ख)



(ग)



समाधान :

(क) यहाँ, सरल रेखा CD र EF विन्दु O मा काटिएका छन् । त्यसैले सरल रेखा CD र EF प्रतिच्छेदित रेखा हुन् ।

(ख) यहाँ, सरल रेखा AB र CD कुनै पनि विन्दुमा प्रतिच्छेदित (काटिएका) छैनन् । त्यसैले सरल रेखा AB र CD समानान्तर रेखा हुन् ।

(ग) यहाँ, सरल रेखा WX र YZ विन्दु O मा काटिएका छन् । त्यसैले सरल रेखा WX र YZ प्रतिच्छेदित रेखा हुन् ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तल दिइएका भनाइबाट ठिक र बेठिक छुट्याउनुहोस् :

a. दुईओटा समानान्तर रखाहरू आपसमा प्रतिच्छेदित हुन्छन् ।

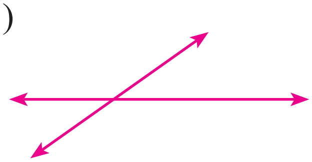
b. दुईओटा समानान्तर रेखाखण्ड बिचको दुरी बराबर हुन्छन् ।

c. दुईओटा रेखालाई दुवैतिर लम्बाउँदा पनि एक आपसमा भेटिँदैनन् भने ती रेखा समानान्तर हुन्छन् ।

d. दुईओटा रेखालाई दुवैतिर बढाउँदा कुनै विन्दुमा गएर भेटिन्छन् भने त्यस्ता रेखा प्रतिच्छेदित रेखा हुन् ।

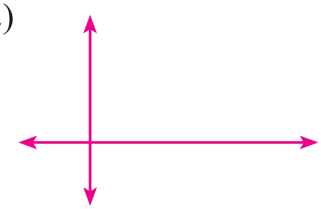
2. तल दिइएका जोडी रेखाखण्ड कस्ता प्रकारका हुन् ? लेख्नुहोस् :

(1)



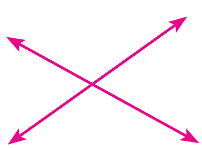
____

(2)



____

(3)

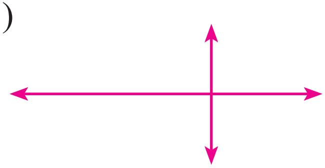


____

(4)

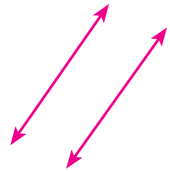
____

(5)



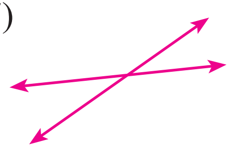
____

(6)



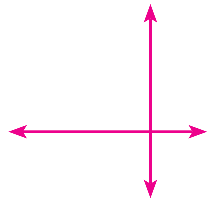
____

(7)



____

(8)



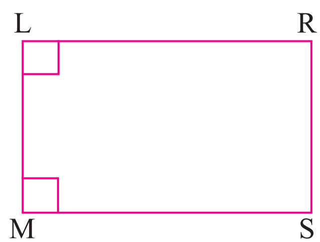
____

3. तल दिइएका अङ्ग्रेजी वर्णमालाका अक्षरमा कहाँ कहाँ प्रतिच्छेदित, लम्ब र समानान्तर रेखा बनेका छन ? रेखाखण्डसहित देखाउनुहोस् :

A, E, F, H, K, L,

T, N, W, Y, X, Z

4. दिइएको चित्रबाट सोधिएका प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :



a. MS सँग लम्ब हुने रेखाको नाम लेख्नुहोस् ।

b. LM सँग लम्ब हुने रेखाको नाम लेख्नुहोस् ।

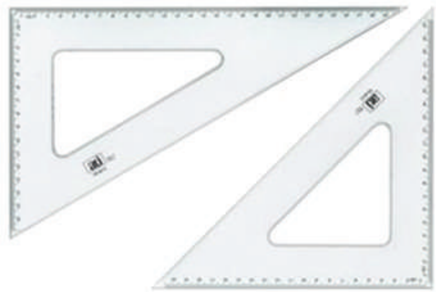
c. के LM समानान्तर RS हुन्छ ? किन ?

5. परियोजना कार्य

आफ्नो घर वरिपरि भएका संरचना वा ठोस वस्तुबाट कहाँ कहाँ प्रतिच्छेदित रेखा र समानान्तर रेखा बनेका छन्, ती अवस्थाको खोजी गरी कम्तीमा पाँचओटा उदाहरण लेख्नुहोस् र प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

समानान्तर र लम्ब रेखाको रचना (Construction of Parallel and Perpendicular Lines)

सेटस्क्वायरको परिचय (Introduction of Set Square)



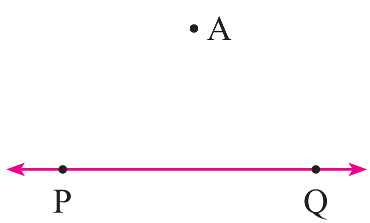
हाम्रो ज्यामिति बाकसमा भएका सामानमध्ये दुईओटा त्रिभुजाकार आकृतिलाई सेट स्क्वायर भनिन्छ । एउटा त्रिभुजाकारमा एउटा कोण 90° र बाँकी दुई कोण 45° हुन्छन् जसलाई 45° को सेट स्क्वायर भनिन्छ । अर्को त्रिभुजाकारमा एउटा कोण 90° र बाँकी दुई कोण क्रमशः 30° र 60° हुन्छन् जसलाई 60° वा 30° को सेटस्क्वायर भनिन्छ । अब हामी सेटस्क्वायरको प्रयोग गरेर कसरी विभिन्न रेखाखण्ड रचना गर्ने भनि छलफल गर्ने छौं ।

समानान्तर रेखाको रचना (Construction parallel lines by using set - squares)

क्रियाकलाप

विन्दु A बाट PQ सँग समानान्तर हुने गरी एउटा रेखाखण्ड खिच्नुहोस् :

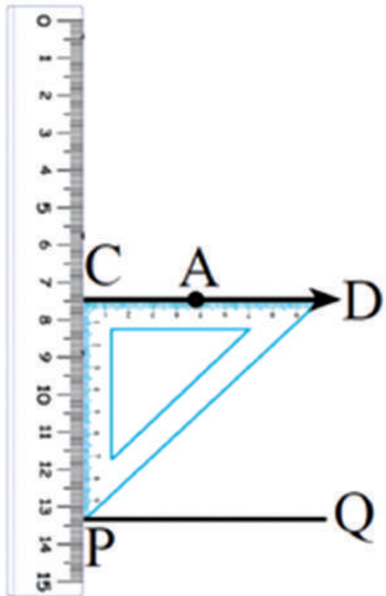
प्रक्रिया : एउटा विन्दु A रेखा PQ बाहिर छ । PQ सँग समानान्तर हुने र A भएर जाने रेखा CD खिच्नुहोस् :



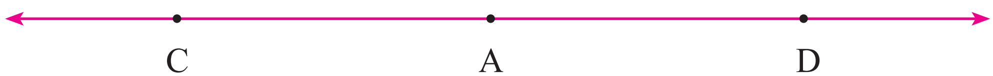
चरण I: सेटस्क्वायरको समकोणी भुजालाई PQ सँग मिल्ने गरी राख्नुहोस् ।

चरण II: रुलरलाई सेटस्क्वायरको अर्को समकोणी भुजासँग सिधा हुने गरी राख्नुहोस् ।

चरण III: चित्रमा देखाए जस्तै सेटस्क्वायरलाई रुलर नचल्ने गरी विन्दु A सम्म लगि CD खिच्नुहोस् :



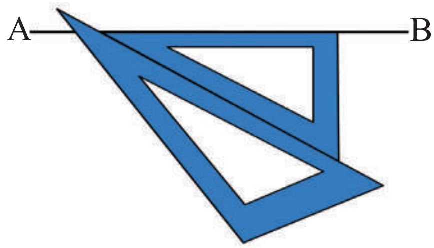
चरण IV: सेटस्वायर र रुलरलाई हटाउनुहोस् :



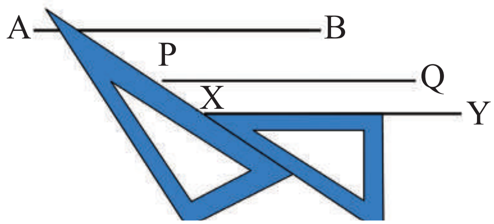
यसरी CD||PQ को रचना भयो ।

अर्को विधि

(क) एउटा सिधा रेखा AB लिऔं । त्यसमा 45° को सेटस्क्वायरको सबैभन्दा लामो किनारा पर्ने गरी राख्नुहोस् :



(ख) त्यसपछि 30° माथि पर्ने गरी दोस्रो सेटस्क्वाएरलाई नचल्ने गरी चित्रमा देखाए जस्तै गरी राख्नुहोस् र पहिलो सेटस्क्वायरको दोस्रो किनारा चित्रमा देखाए जस्तै गरी मिलाउनुहोस् :



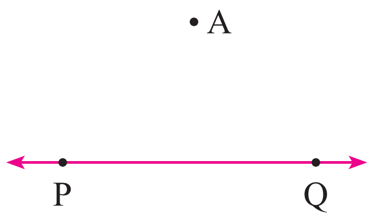
(ग) अब 45° को सेटस्क्वायरलाई तल माथि सार्नुहोस् र आवश्यक समानान्तर रेखाखण्ड खिच्नुहोस् । जस्तै : दिइएको चित्रमा AB सँग PQ र XY रेखाखण्ड AB सँग समानान्तर छन् ।

लम्ब रेखाको रचना (Construction of Perpendicular line)

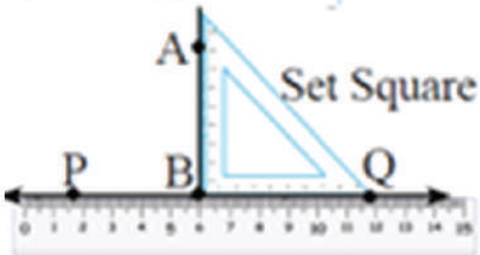
क्रियाकलाप

लम्ब रेखाको (विन्दु रेखाखण्डभन्दा बाहिरि दिएको अवस्थामा) (Construction of Perpendicular line from an external point to a given line)

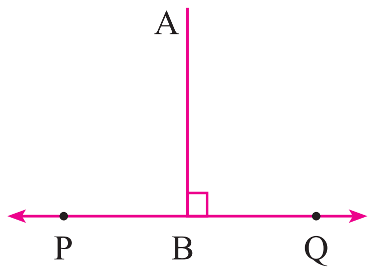
चरण I : विन्दु A बाट रेखा PQ मा लम्ब खिचौँ जहाँ विन्दु A रेखा PQ भन्दा बाहिर छ ।



चरण II : रेखा PQ मा रुलरलाई राख्नुहोस् र सेन्टरवाक्यरको 90° बनेको भुजालाई रुलरमा मिल्ने गरी राख्नुहोस्। सेन्टरवाक्यरलाई 90° बनेको अर्को भुजालाई विन्दु A मा मिलाउनुहोस् :

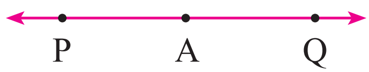


चरण III : चित्रमा देखाएजस्तै गरी विन्दु A बाट PQ मा छुने गरी रेखाखण्ड खिच्नुहोस् र सेटस्क्वायरलाई हटाउनुहोस्। चरण IVM यसरी AB ⊥ PQ रचना भयो।



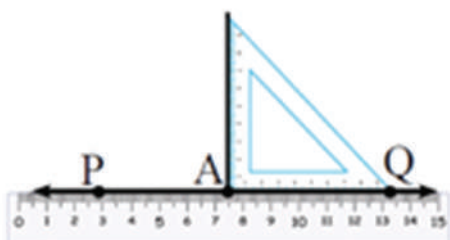
लम्ब रेखाको रचना (विन्दु रेखाखण्डमा नै परेको अवस्थामा) (Construction of perpendicular line if point is lies in the given line segment)

विन्दु A बाट जाने र PQ रेखासँग लम्ब हुने रेखाको रचना गर्नुहोस् :



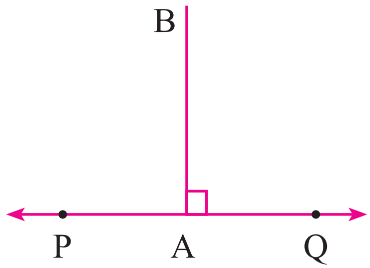
प्रक्रिया : विन्दु A रेखा PQ मा रहेको छ।

चरण I: चित्रमा देखाए जस्तै गरी रेखा PQ मा पर्ने गरी रुलरलाई राख्नुहोस्। र विन्दु A बाट माथि पर्ने गरी सेटस्क्वायरमा राख्नुहोस् :



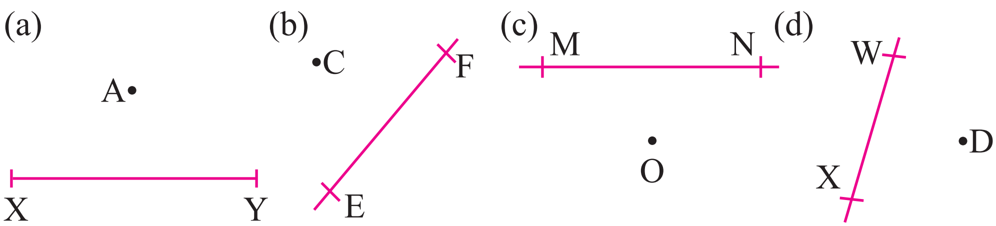
चरण II: सेटस्क्वायरको किनाराबाट रेखालाई खिच्नुहोस् ।

चरण III: सेटस्क्वायरलाई हटाउनुहोस् । यसरी $BA \perp PQ$ रचना भयो ।

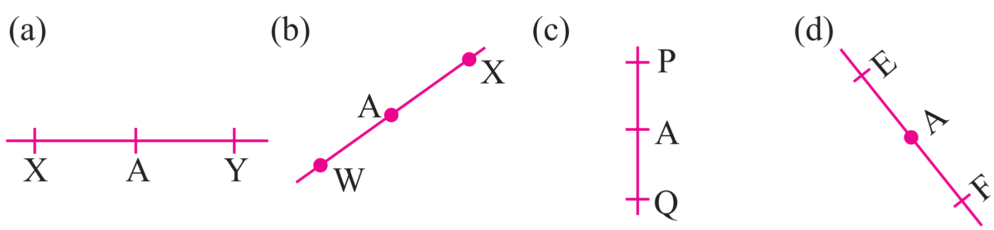


अभ्यासका लागि प्रश्न

1. अभ्यास पुस्तिकामा तल दिइएजस्तै रेखाखण्ड खिचि विन्दु अङ्कन गर्नुहोस् र प्रत्येक रेखाखण्डसँग समानान्तर हुने गरी दिइएको विन्दुबाट जाने रेखाखण्डको रचना गर्नुहोस् । (सेटस्क्वायरलाई प्रयोग गरी)



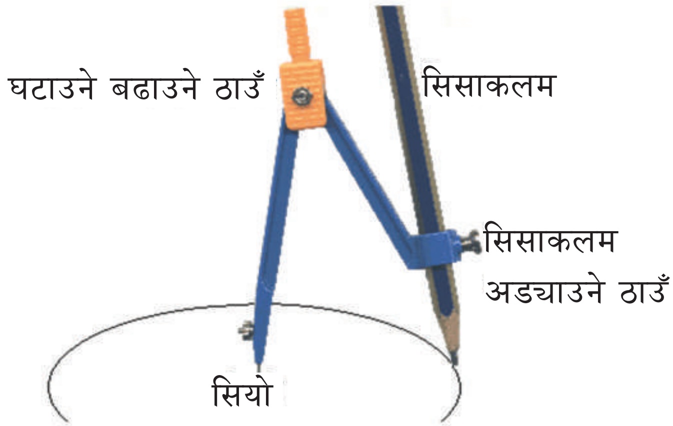
2. अभ्यास पुस्तिकामा तल दिइए जस्तै आकृति बनाई प्रत्येक रेखाखण्डमा दिइएको विन्दु A बाट जाने लम्बको रचना गर्नुहोस् । (सेटस्क्वायरले प्रयोग गरेर)



रेखाखण्डको लम्बार्धकको रचना (कम्पासको प्रयोगबाट) (Construction of Bisector of Line segment by using Compass)

कम्पासको परिचय

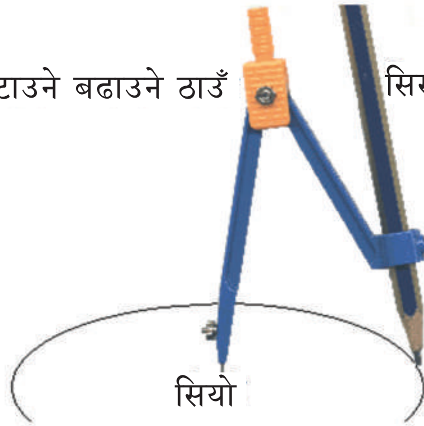
सँगैको चित्रको अवलोकन गरी आफ्नो कम्पासका विभिन्न भागको बारेमा जानकारी लिनुहोस् । अब हामी यसको प्रयोग बारे छलफल गर्ने छौँ ।



कम्पास विभिन्न प्रकारका वृत्त खिच्न प्रयोग गरिन्छ ।

पाठ : 27 रेखाखण्डको लम्बार्धक (Bisector of Line Segment)

रेखाखण्डको लम्बार्धक (Bisector of Line Segment)



क्रियाकलाप 1

(क) एउटा 10 cm को AB रेखाखण्ड खिच्नुहोस् ।

(ख) रुलरको सहायताले मध्यविन्दु पत्ता लगाउनुहोस् ।

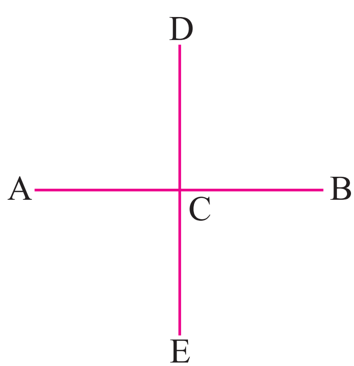
(ग) मध्यविन्दुमा प्रोट्क्याटरको सहायताले 90° कोण खिच्नुहोस् ।

(घ) 90° को कोण बनाउने रेखालाई तल माथि दुवैतिर लम्बाउनुहोस् ।

(ङ) अब, 4.5 cm, 5.5 cm, 6 cm, 7 cm, 8 cm को चाप पेन्सिल र कम्पासमा लिएर A र B बाट तल र माथि काट्नुहोस् ।

(च) काटिएका विन्दुको अवलोकन गर्नुहोस् र निष्कर्ष पत्ता लगाउनुहोस् ।

माथिको चित्रको अवलोकनबाट 5.5 cm, 6 cm, 7 cm, 8 cm, ... को चाप पेन्सिल र कम्पासमा लिएर तल माथि चाप खिच्दा काटिने विन्दु AB रेखाको मध्यविन्दु C मा 90° को कोण बनाउने रेखामा मात्र परेको छ तर 4.5 cm चापले तलमाथि काट्दा सो रेखामा परेको छैन । त्यसैले कुनै रेखाखण्डको लम्बार्धक खिच्नका लागि दिइएको रेखाखण्डको आधाभन्दा बढी नापको

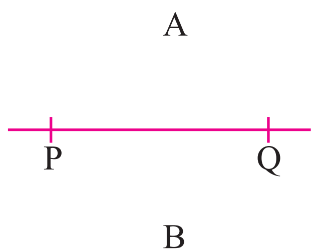


चाप लिनुपर्छ । यसरी दिइएको रेखाखण्डको आधा भन्दा बढी चाप लिएर रेखाखण्डका दुवै छेउबाट तल र माथि काट्दा काटिने विन्दु जोड्दा बन्ने रेखा सुरुमा दिइएको रेखाखण्डको लम्बार्धक हुन्छ ।

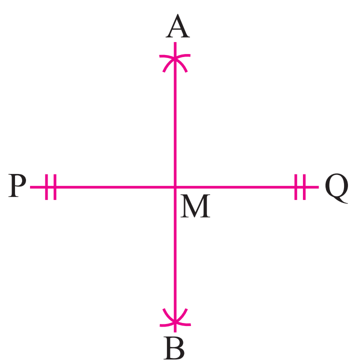
क्रियाकलाप 2

चरण I: रुलरको सहायताले दिइएको नापको रेखाखण्ड PQ खिच्नुहोस् :

चरण II: चित्रमा देखाइए जस्तै गरी दिइएको रेखाखण्डको विन्दु P र Q बाट रेखाखण्डको आधा भन्दा बढी लम्बाइको चाप लिएर माथि र तल दुवैतिर काट्नुहोस् । काटिएका चापलाई विन्दु A र B ले नामकरण गरिएको छ ।



चरण III: रुलरको सहायताले A र B लाई जोड्नुहोस् । AB ले PQ रेखा लाई M मा भेटेको छ ।



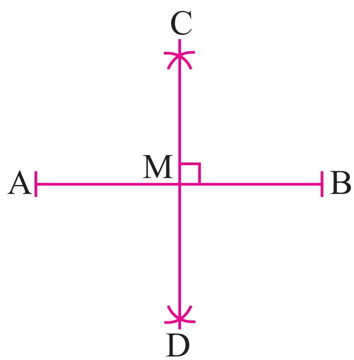
अब, PM र MQ लाई रुलरको सहायताले नाप्नुहोस् । यसै गरी $\angle AMP$ र $\angle AMQ$ लाई प्रोट्रेक्टरको सहायताले नाप्नुहोस् र निष्कर्ष लेख्नुहोस् ।

कुनै रेखाखण्डको मध्य विन्दुबाट 90° को कोण बनाएर गएको रेखाखण्डलाई उक्त रेखाखण्डको लम्बार्धक भनिन्छ । माथिको चित्रमा PQ को लम्बार्धक AB हो ।

कुनै पनि रेखाखण्डलाई आधा हुने गरी गएको रेखाखण्डलाई अर्धक भनिन्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. दिइएको चित्रको अवलोकन गरी तलका प्रश्नको उत्तर खोज्नुहोस् :



(क) $\angle$AMC र $\angle$CMB को नाप चाँदको प्रयोग गरी नाप्नुहोस् ।

(ख) AM र MB को लम्बाइ रुलरको प्रयोग गरी नाप्नुहोस् ।

(ग) AB र CD प्रतिच्छेदन भएको विन्दु M र AB को बिचमा कस्तो सम्बन्ध रहेछ ? लेख्नुहोस् ।

2. दिइएका नापका रेखाखण्डलाई कापीमा बनाएर सो रेखाको लम्बार्धक खिच्नुहोस् :

a. AB = 9 cm   b. PQ = 12 cm   c. LM = 8 cm   d. XY = 7.5 cm

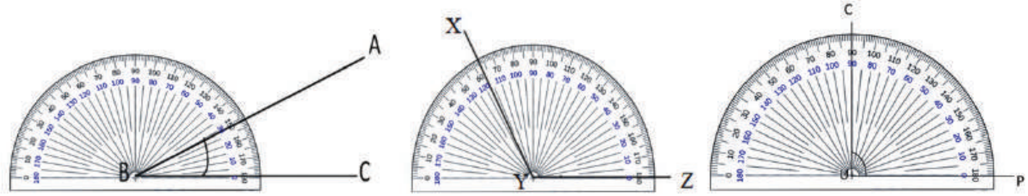
3. परियोजना कार्य : तपाईँको विद्यालय वा घरका वरिपरिका संरचनामा कहाँ कहाँ कसरी लम्बार्धक छन्, खोजी कम्तीमा तीनओटा उदाहरण प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

कोणको वर्गीकरण (Classification of Angles)

कोणका प्रकार (समकोण, अधिककोण र न्यूनकोण) (Types of Angles : Right angle, Obtuse angle and Acute angle

तल चित्रमा भएका कोणहरूको नाप कति कति डिग्री छन् ?

तीनओटै कोणलाई 90 सँग तुलना गरौं :

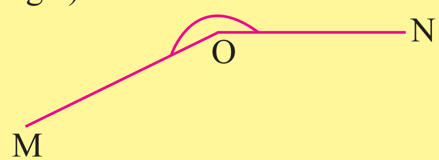


$\angle ABC = 29°$ छ । जुन $90°$ भन्दा सानो छ । तसर्थ, $\angle ABC$ न्यूनकोण हो ।

$\angle CUP = 90°$ छ । तसर्थ, $\angle CUP$ समकोण हो ।

$\angle XYZ = 115°$ छ । जुन $90°$ भन्दा ठुलो छ । तसर्थ, $\angle XYZ$ अधिक कोण हो ।

- कुनै कोणको मान $0°$ भन्दा ठुला र $90°$ भन्दा सानो छ भने त्यो कोणलाई न्यूनकोण (Acute angle) भनिन्छ ।

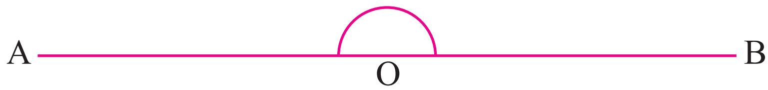


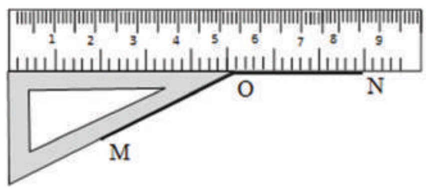
- $90°$ भन्दा बढी तर $180°$ भन्दा कम नाप भएका कोणलाई अधिक कोण (Obtuse angle) भनिन्छ ।
- कुनै कोणको मान ठ्याक्कै $90°$ भएको कोणलाई समकोण (Right angle) भनिन्छ ।

सरल कोण र बृहत् कोण

तल चित्रमा भएका कोणहरूको नाप कति कति डिग्री छन् ?

दुईओटै कोणलाई 180° सँग तुलना गरौँ :



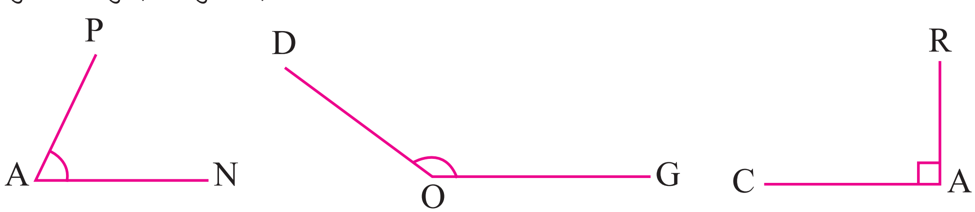


यसरी माथिका दुईओटा क्रियाकलापमा पहिलो चित्रमा दिइएको कोणको मान 180° छ । त्यस्तै, दोस्रो चित्रमा दिइएको कोणको मान 180° भन्दा बढी छ ।

कुनै पनि कोणको मान 180° भएमा त्यो कोणलाई सरल वा सिधा कोण भनिन्छ । त्यस्तै कुनै पनि कोणको मान 180° भन्दा धेरै तर 360° भन्दा कम भएमा त्यो कोणलाई बृहत् कोण भनिन्छ । दिइएको चित्रमा $\angle AOB$ सिधा कोण हो भने $\angle MON$ बृहत् कोण हो ।

उदाहरण 1

दिइएका कोणको नाप चाँदको प्रयोग गरी नाप्नुहोस् । न्यूनकोण, समकोण वा अधिकोण कुन हो छुट्याउनुहोस् :



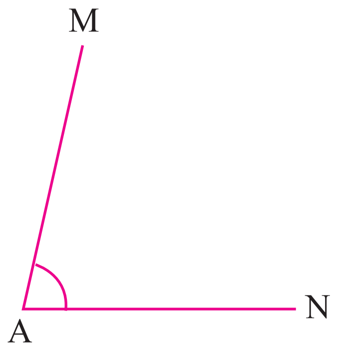
समाधान :

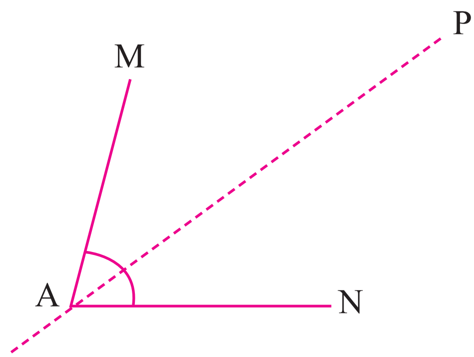
यहाँ, $\angle PAN = 75° =$ तसर्थ यो न्यून कोण हो $\angle DOG = 120°$ छ तसर्थ यो कोण अधिक कोण हो । अन्त्यमा $\angle RAC = 90°$ छ, तसर्थ यो कोण समकोण हो ।

कोणको अर्धकको रचना (Construction of Bisector of Angles)

कागज पट्याएर

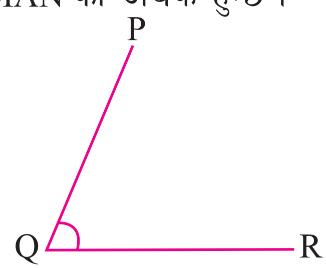
कापीको एउटा पाना मा एउटा कोण ∠MAN खिच्नुहोस् :





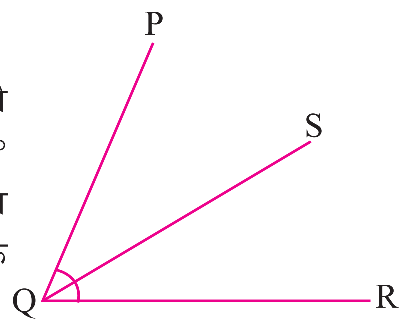
कोणको शीर्षविन्दु A बाट AM मा AN खप्ने गरी कागजलाई पट्याउनुहोस् । पट्याएको ठाँउमा अली बढी थिच्नुहोस् र खोल्नुहोस्। त्यहाँ एउटा धर्को देख्नुहुने छ। त्यसमा धर्का कोरेर P नाम दिनुहोस् । अब ∠MAP र ∠NAP को नाप चाँदको प्रयोग गरी नाप्नुहोस् । बराबर पाउनुहुने छ । तसर्थAP कोण ∠MAN को अर्धक हुन्छ ।

चाँदको प्रयोग गरेर



एउटा कोण ∠PQR लिनुहोस् र उक्त कोण चाँदको प्रयोग गरी नाप्नुहोस् । जस्तै ∠PQR= 70° छ । अब, 70° लाई बराबर दुई भागमा बिभाजन गर्नुहोस् ।

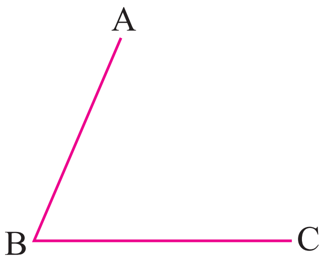
यहाँ, $\frac{70°}{2} = 35°$



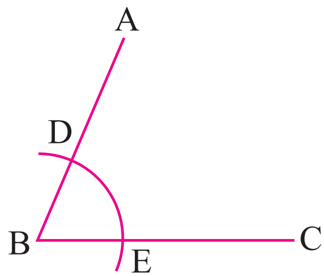
भुजा QR लाई आधार मानेर चाँदको प्रयोग गरी 35° को कोण खिच्नुहोस् । जस्तै, ∠RQS =35° हुन्छ । त्यस्तै, ∠PQS का नाप कति हुन्छ ? त्यो पनि 35° नै हुन्छ । तसर्थ QS लाई ∠PQR को अर्धक भनिन्छ ।

कम्पास र रुलरको प्रयोग गरेर

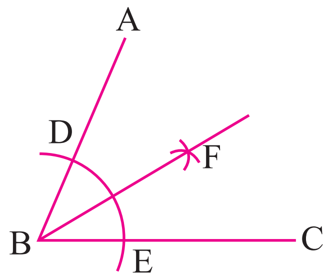
एउटा कोण ∠ABC लिनुहोस् । उक्त कोणको शीर्षविन्दु B मा कम्पासको सियो पर्ने गरी भुजा AB र BC मा क्रमशः D र E मा काट्ने गरी बराबर अर्धब्यासको चाप खिच्नुहोस् । फेरि विन्दु D र E बाट क्रमशः दुइओटा चाप खिच्नुहोस् र चाप काटिएको विन्दुलाई F नाम दिनुहोस् । अब रुलरको प्रयोग गरी विन्दुहरू B र F जोड्नुहोस् । जहाँ, कोण ∠ABC को अर्धक BF हुन्छ । जाँच गरेर हेर्नुहोस् ।



चित्र 1



चित्र 2



चित्र 3

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. खाली ठाउँ भर्नुहोस् :

(क) ∠PQR मा ...... शीर्षकोण हो भने ....र .... भुजा हुन् ।

(ख) एक समकोण बराबर ....डिग्री हुन्छ ।

(ग) दुई समकोण मिलेर ....कोण बन्छ ।

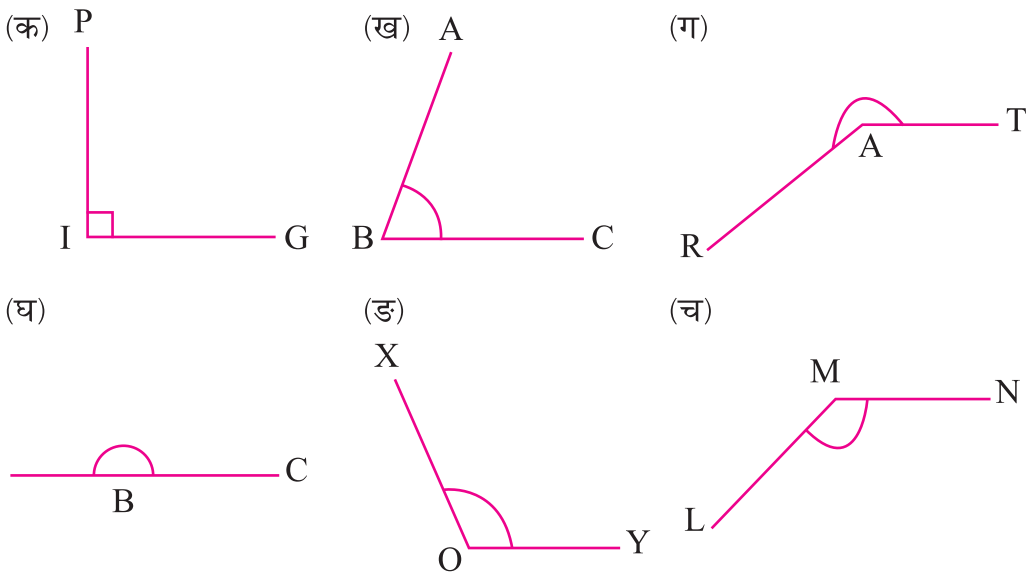
(घ) सरल कोणभन्दा ठुलो तर 360° भन्दा सानो कोणलाई .... भनिन्छ ।

2. तल दिइएका कोणलाई तालिकामा कोणका प्रकारअनुसार भर्नुहोस् :

30°, 60°, 95°, 110°, 130°, 240°, 180°, 190°, 145°, 189°, 175°

न्यूनकोण	समकोण	अधिककोण	सरलकोण	बृहत्कोण

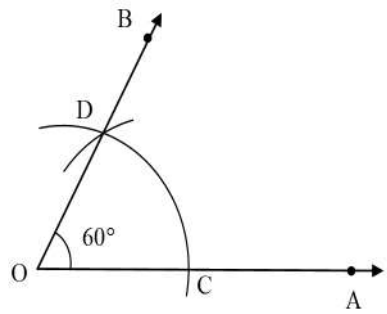
3. तल दिइएका कोणहरू न्यूनकोण, समकोण, अधिककोण, सरलकोण वा बृहत्कोण के हुन्, पत्ता लगाउनुहोस् :



4. चित्रमा देखाएको घडीमा घण्टा सुई र मिनेट सुईका बिचमा बनेका कोणको अनुमान गर्नुहोस् । त्यसपछि उक्त कोण चाँदको प्रयोग गरी नाप्नुहोस् । अब ती कोण 180° भन्दा सानो, बराबर वा ठुलो कस्ता छन् पत्ता लगाउनुहोस् । निष्कर्षलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

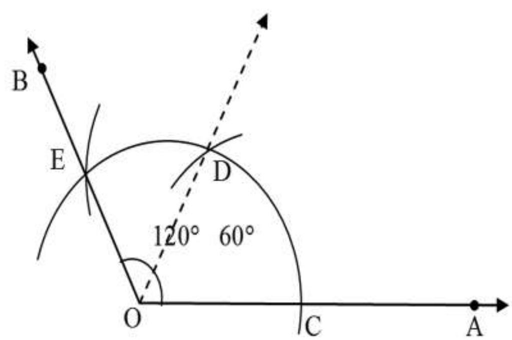
पाठ : 28 कोणको रचना (Construction of Angles)

(क) 60° को कोणको रचना



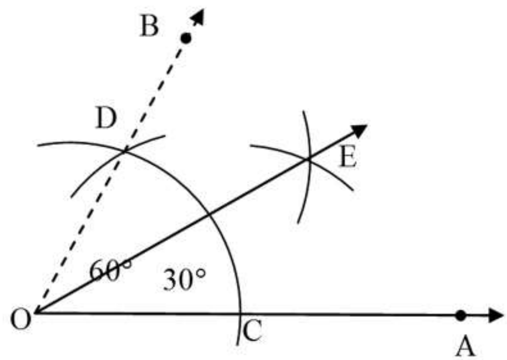
रुलरको प्रयोग गरी एउटा रेखाखण्ड OA खिच्नुहोस् । विन्दु O मा कम्पासको सियो पर्ने गरी निश्चित नापको चापलिई चित्रमा देखाए झै एउटा चाप खिच्नुहोस् । उक्त चापले OA लाई काटेको विन्दुलाई C नाम दिनुहोस् । विन्दु C बाट पहिलेको बराबर चाप लिई कम्पासले पहिलेको चापमा चिह्न लगाउनुहोस् र D नाम दिनुहोस् । अब रुलरको प्रयोग गरी विन्दु O र D बाट जाने रेखाखण्ड OB खिच्नुहोस् । अब चाँदको प्रयोग गरी $\angle AOB$ नाप्नुहोस् । $\angle AOB = 60°$

(ख) 120° को कोणको रचना



रुलरको प्रयोग गरी एउटा रेखाखण्ड OA खिच्नुहोस् । विन्दु O मा कम्पासको सियो पर्ने गरी निश्चित नापको कम्पास लिई चित्रमा देखाए झैँ एउटा चाप खिच्नुहोस् । उक्त चापले OA लाई काटेको विन्दुलाई C नाम दिनुहोस् । विन्दु C बाट पहिलेको बराबर चाप लिई कम्पासले पहिलेको चापमा चिह्न लगाउनुहोस् र D नाम दिनुहोस् । फेरि D बाट सोही चापले अर्को ठाँउमा चिह्न लगाउनुहोस् र E नाम दिनुहोस् । अब रुलरको प्रयोग गरी विन्दु O र E बाट जाने रेखाखण्ड OB खिच्नुहोस् । चाँदको प्रयोग गरी $\angle AOB$ नाप्नुहोस् । $\angle AOB = 120°$

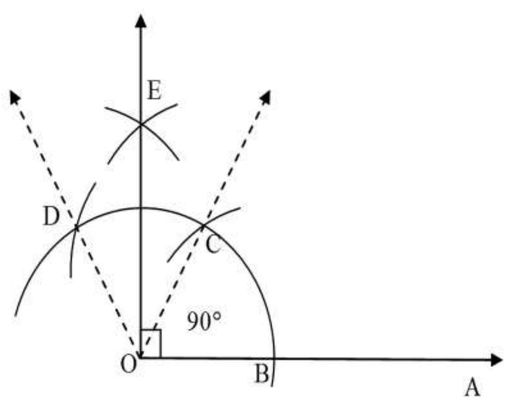
(ग) 30° कोण रचना



रुलरको प्रयोग गरी एउटा रेखाखण्ड OA खिच्नुहोस् । विन्दु O मा कम्पासको सियो पर्ने गरी निश्चित नापको कम्पास लिई चित्रमा देखाए झैँ एउटा चाप खिच्नुहोस् । उक्त चापले OA लाई काटेको विन्दुलाई C नाम दिनुहोस् । विन्दु C बाट र पहिलेको बराबर नापको चापले लिई कम्पासले पहिलेको चापमा चिह्न लगाउनुहोस् र D नाम दिनुहोस् । फेरि D बाट र C बाट सोही चापले अर्को ठाँउमा चिह्न लगाउनुहोस् र काटिएको विन्दुलाई E नाम दिनुहोस् । अब रुलरको प्रयोग गरी विन्दु O र E बाट जाने रेखाखण्ड OE खिच्नुहोस् । चाँदको प्रयोग गरी ∠AOE नाप्नुहोस् । ∠AOE= 30° हुन्छ ।

नोट : कोण AOB को अर्धक खिचेर पनि 30° को कोण रचना गर्न सकिन्छ ।

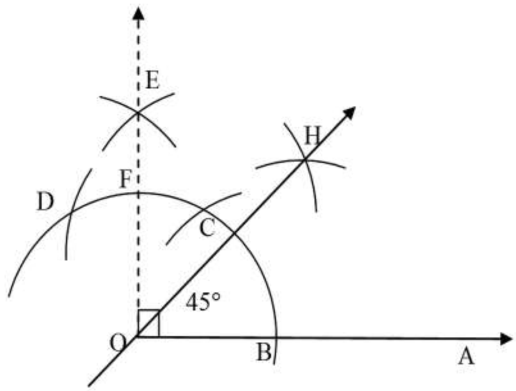
(घ) 90° कोण रचना



रुलरको प्रयोग गरी एउटा रेखाखण्ड OA खिच्नुहोस् । विन्दु O मा कम्पासको सियो पर्ने गरी निश्चित नापको कम्पास लिई चित्रमा देखाए झैँ एउटा चाप खिच्नुहोस् । उक्त चापले OA लाई काटेको विन्दुलाई B नाम दिनुहोस् । विन्दु C बाट पहिलेको बराबर नापको चापले लिई कम्पासले पहिलेको चापमा चिह्न लगाउनुहोस् र D नाम दिनुहोस् । फेरि C र D बाट बराबर चापहरू खिच्नुहोस् र काटिएको विन्दुलाई E नाम दिनुहोस् । अब रुलरको प्रयोग गरी विन्दु O र E बाट जाने रेखाखण्ड OE खिच्नुहोस् । चाँदको प्रयोग गरी ∠AOE नाप्नुहोस् । ∠AOE = 90° हुन्छ ।

नोट : कोण $\angle COD$ को अर्धक खिचेर पनि 90° को कोण रचना गर्न सकिन्छ ।

(ङ) 45° कोण रचना



रुलरको प्रयोग गरी एउटा रेखाखण्ड OA खिच्नुहोस् । विन्दु O मा कम्पासको सियो पर्ने गरी निश्चित नापको कम्पास लिई चित्रमा देखाए झैँ एउटा चाप खिच्नुहोस् । उक्त चापले OA लाई काटेको विन्दुलाई B नाम दिनुहोस् । विन्दु C बाट पहिलेको बराबर नापको चापलिई कम्पासले पहिलेको चापमा चिह्न लगाउनुहोस् र D नाम दिनुहोस् । फेरि C र D बाट बराबर चाप खिच्नुहोस् र काटिएको विन्दुलाई E नाम दिनुहोस् । अब रुलरको प्रयोग गरी विन्दु O र E बाट जाने रेखाखण्ड OE खिच्नुहोस् । OE ले पहिलेको अर्धवृत्तमा काटेको विन्दुलाई F नाम दिनुहोस् । अब F र B बाट बरबार नापमा चापहरू खिचेर काटिएको विन्दुलाई H नाम दिनुहोस् । रुलरको प्रयोग गरी विन्दु O र H बाट जाने रेखाखण्ड OH खिच्नुहोस् । चाँदको प्रयोग गरी $\angle AOH$ नाप्नुहोस् । $\angle AOH = 45^\circ$ हुन्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तलदिइएका कोण चाँदको प्रयोग गरी खिच्नुहोस् :

(क) 35° (ख) 55° (ग) 60° (घ) 110°

(ङ) 80° (च) 135° (छ) 160° (ज) 180°

2. कम्पास तथा रुलरको प्रयोग गरी तल दिइएका कोण रचना गर्नुहोस् :

(क) 60° (ख) 120° (ग) 90° (घ) 45° (ङ) 30°

पाठ : 29 समतलीय आकृति (Plane Figures)

त्रिभुजका तीनओटा सिधा रेखाखण्डलाई भुजा (Sides) भनिन्छ ।

जस्तै : दिइएको चित्र त्रिभुज ABC को हो । जसमा AB, BC र CA भुजा हुन् ।

तीनओटा कुनालाई शीर्षविन्दु (Vertices) भनिन्छ । चित्रमा A, B र C शीर्षविन्दु हुन् ।

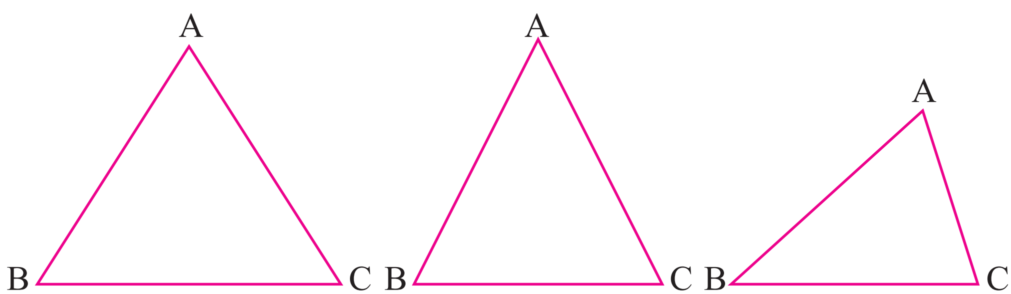
शीर्षविन्दुमा दुईओटा भुजाको बिचमा बनेका आकृतिलाई त्यस त्रिभुजका कोण (Angles) भनिन्छ ।

$\angle ABC$, $\angle BCA$ र $\angle BAC$ दिइएको त्रिभुज ABC का तीनओटा कोण हुन् ।

भुजाको आधारमा त्रिभुजको वर्गीकरण

रुलरको प्रयोग गरी त्रिभुजका सबै भुजाको लम्बाइको नाप लिएर तलको तालिकामा भर्नुहोस् :

(क) (ख) (ग)



चित्र नं.	भुजा AB को नाप	भुजा BC को नाप	भुजा AC को नाप	निष्कर्ष

(क) के माथिको कुनै चित्रमा सबै भुजाको लम्बाइ बराबर छ ?

(ख) के माथिको कुनै चित्रमा कुनै दुई भुजाको लम्बाइ बराबर छ ?

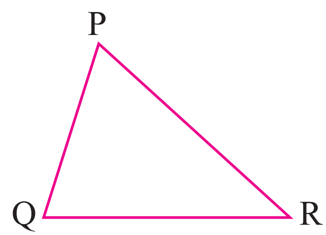
(ग) के माथिको कुनै चित्रमा सबै भुजाको लम्बाइ फरक फरक नापका छन् ?

तालिकाको अध्ययन गरी लेख्नुहोस् :

- तीनओटा भुजामध्ये कुनै पनि भुजाको नाप एक आपसमा बराबर छैनन् भने त्यस्तो त्रिभुजलाई विषमबाहु त्रिभुज (Scalene Triangle) भनिन्छ । माथिको चित्र नं. (ग) मा दिइएको त्रिभुज विसमबाहु त्रिभुज हो ।
- कुनै दुईओटा भुजाका नाप बाराबर भएको त्रिभुजलाई समद्विबाहु त्रिभुज (Isosceles Triangle) भनिन्छ । माथिको चित्र नं. (ख) मा दिइएको त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज हो ।
- तीनओटै भुजाका नाप आपसमा बराबर भएको त्रिभुजलाई समबाहु त्रिभुज (Equilateral Triangle) भनिन्छ । माथिको चित्र नं. (ग) मा दिइएको त्रिभुज समबाहु त्रिभुज हो ।

उदाहरण 1

भुजाको आधारमा दिइएको त्रिभुजको वर्गीकरण गर्नुहोस् :



समाधान

चित्रमा त्रिभुज PQR मा सवै भुजाको लम्बाइ नापेर हेर्दा,

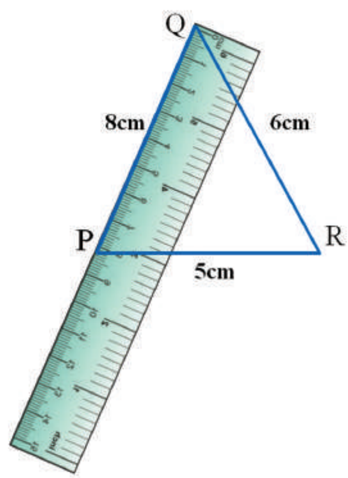
PQ = 8 cm

QR = 6 cm

PR = 5 cm छ ।

तसर्थ सबै भुजाको लम्बाइ फरक फरक भयो ।

त्यसकारण त्रिभुज PQR बिषमभुज त्रिभुज हो ।



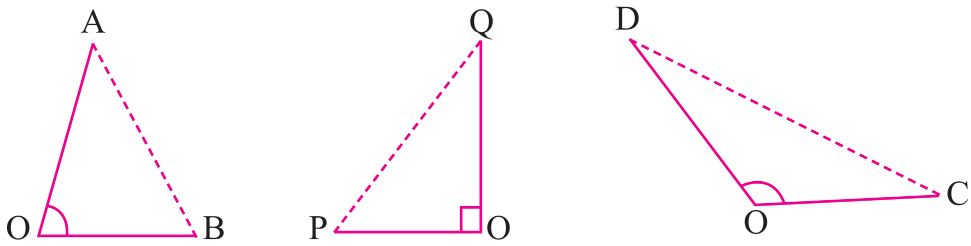
कोणका आधारमा त्रिभुजको वर्गीकरण

क्रियाकलाप

एक एकओटा न्यूनकोण, समकोण र अधिककोण बनाउनुहोस् ।

तपाइँले बनाएका कोणका अन्य दुई छेउ आपसमा रेखा तानेर जोड्नुहोस् ।

अब बन्ने त्रिभुजका कोण कस्ता कस्ता होलान्, प्रोटेक्टरले नापेर लेख्नुहोस् :



यदि कुनै त्रिभुजका एउटा कोणको नाप 90° छ भने उक्त त्रिभुजलाई समकोणी त्रिभुज भनिन्छ ।

यदि कुनै त्रिभुजका सबै कोणको नाप 90° भन्दा सानो छ भने उक्त त्रिभुजलाई न्यूनकोणी त्रिभुज भनिन्छ ।

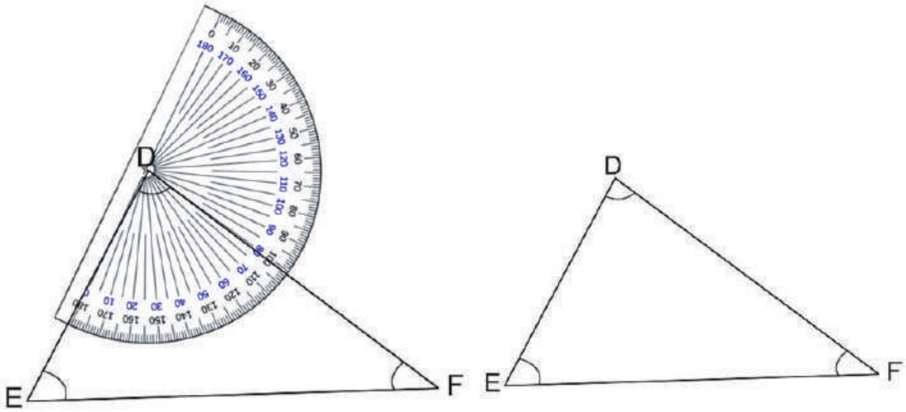
यदि कुनै त्रिभुजका एउटा कोणको नाप 90° भन्दा ठुलो छ भने उक्त त्रिभुजलाई अधिककोणी त्रिभुज भनिन्छ । जस्तै : माथिको चित्रमा $\angle AOB$, $\angle POQ$ र $\angle COD$ क्रमशः न्यूनकोणी, समकोणी र अधिककोणी त्रिभुज हुन् ।

Δ ABC	Δ PQR	ΔXYZ	निष्कर्ष
$\angle ABC =$	$\angle PQR =$	$\angle XYZ =$	
$\angle ACB =$	$\angle PRQ =$	$\angle YZX =$	
$\angle CAB =$	$\angle QPR =$	$\angle YXZ =$	

कोणका आधारमा कस्तो त्रिभुज बन्यो ? निष्कर्ष कापीमा लेख्नुहोस् :

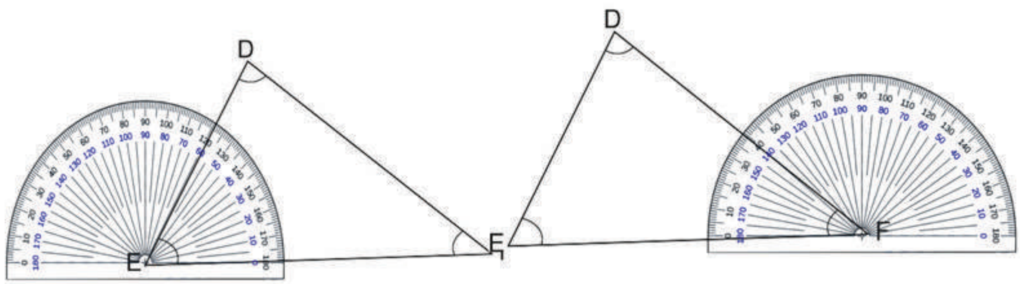
उदाहरण 2

कोणको आधारमा दिइएको त्रिभुजको वर्गीकरण गर्नुहोस् :



समाधान

चित्रमा चाँदको प्रयोग गरी नापेर हेर्दा,



$\angle$EDF को नाप	$\angle$DEF को नाप	$\angle$DFE को नाप
80°	60°	40°

यहाँ, त्रिभुज DEF का सबै कोणहरूको नाप 90° वा एक समकोण भन्दा साना छन् । तसर्थ त्रिभुज DEF न्यूनकोणी त्रिभुज हो ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तलका खाली ठाँऊमा उपयुक्त शब्द भर्नुहोस् ।

(क) समबाहु त्रिभुजमा सवै भुजा .... हुन्छन् ।

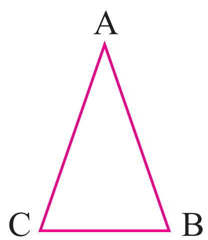
(ख) सबै भुजाको लम्बाइ फरक फरक भएको त्रिभुजलाई .... त्रिभुज भनिन्छ ।

(ग) कोणका र भुजाका आधारमा त्रिभुज .... प्रकारका छन् ।

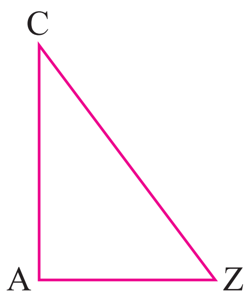
(घ) त्रिभुजको कुनै एउटा कोणको नाप 90° छ भने उक्त त्रिभुजलाई .... त्रिभुज भनिन्छ ।

2. तल दिइएका त्रिभुजका भुजा नापेर भुजाका आधारमा वर्गीकरण गर्नुहोस् :

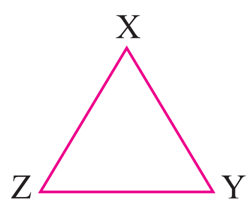
(क)



(ख)



(ग)



AB =

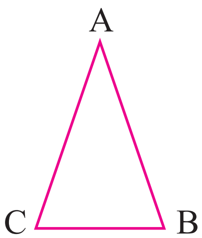
BC =

AC =

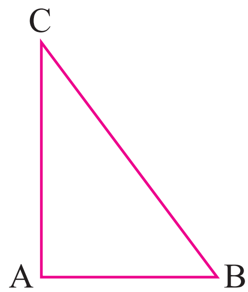
तसर्थ, ΔABC .... त्रिभुज हो ।

3. **तल दिइएका त्रिभुजका कोण नापेर कोणका आधारमा वर्गीकरण गर्नुहोस् :**

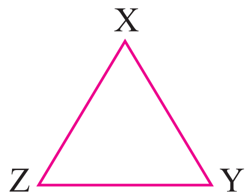
(क)



(ख)



(ग)

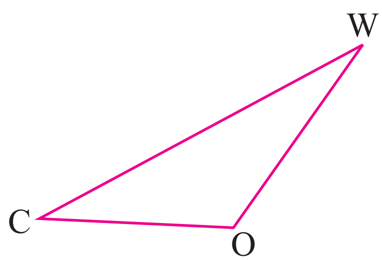


$\angle ACB = \angle CAB$

$\angle ABC = \angle ACB$

तसर्थ, ΔABC......... त्रिभुज हो ।

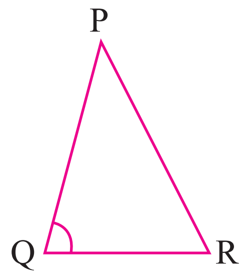
4. **तल दिइएको त्रिभुजको तीनओटै कोणका नाप लिनुहोस् र तालिका भर्नुहोस् । कोणको आधारमा दिइएको त्रिभुजको प्रकार पनि लेख्नुहोस् :**



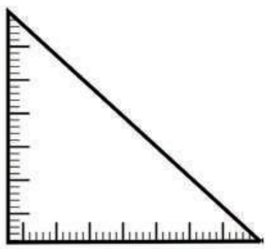
$\angle COW$ को नाप	$\angle OCW$ को नाप	$\angle CWO$ को नाप

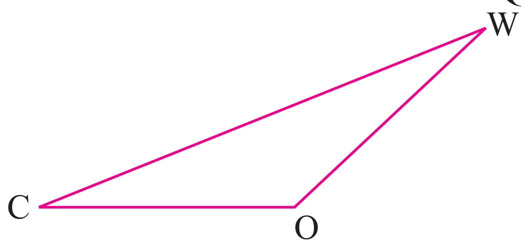
पाठ : 30 पाइथागोरस साध्य (Pythagoras Theorem)

चित्रमा दिइएको त्रिभुज कस्तो त्रिभुज हो ? अवलोकन गरी लेख्नुहोस् :



यहाँ, त्रिभुज PQR को एउटा कोणको नाप 90° वा एक समकोण छ । तसर्थ त्रिभुज PQR समकोणी त्रिभुज हो । समकोण त्रिभुजको सबैभन्दा लामो भुजालाई कर्ण भनिन्छ । यहाँ त्रिभुज PQR को कर्ण PR हो । 90° कोण बनाउने दुई भुजा लम्ब र आधार हुन् । यहाँ, त्रिभुज PQR को लम्ब QR र आधार PQ हो ।





पाइथागोरस साध्यअनुसार समकोण त्रिभुजका आधार, लम्ब र कर्णको सम्बन्ध

क्रियाकलाप 1

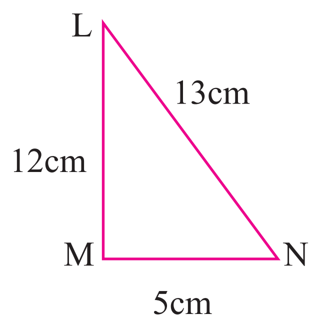
एउटा सेट स्क्वाएर लिनुहोस् ।

कापीमा राखेर ट्रेसिङ गर्नुहोस् ।

ट्रेसिङ् गरेर आएको त्रिभुजलाई नामकरण गर्नुहोस् । कस्तो त्रिभुज पाउनुभयो ?

अब प्रत्येक भुजाको नाप लिनुहोस् ।

अब प्रत्येक भुजाको नापको वर्ग निकालेर तालिकामा भर्नुहोस् :



के समकोणी त्रिभुजमा कर्णको वर्ग अरु दुई भुजाको वर्गको योगफलसँग बराबर हुन्छ ?

अर्थात् $(LN)^2 = (LM)^2 + (MN)^2$ हुन्छ ? निष्कर्ष लेख्नुहोस् ।

हो, $(LN)^2 = (LM)^2 + (MN)^2$

or, $(13)^2 = (12)^2 + (5)^2$

or, $169 = 144 + 25$

or, $169 = 169$ भयो ।

निष्कर्षमा हामी समकोण त्रिभुजको सबैभन्दा लामो किनाराको नापको वर्गसँग अन्य दुई किनाराको नापको वर्गको योगफल बराबर हुन्छ भनी भन्न सक्छौँ । यसलाई पाइथागोरस साध्य भनिन्छ ।

यसलाई $h^2 = p^2 + b^2$ लेखिन्छ ।

भुजा LM को नाप	भुजा MN को नाप	भुजा LN को नाप	भुजा LM को वर्ग	भुजा MN को वर्ग	भुजा LN को वर्ग
12cm	5cm	13cm	$144cm^2$	$25cm^2$	$169\ cm^2$

अर्थात् कुनै पनि त्रिभुजको कर्णमा बन्ने वर्गको क्षेत्रफलसँग आधारमा बन्ने वर्गको क्षेत्रफल र लम्बमा बन्ने वर्गको क्षेत्रफलको योगफल बराबर हुन्छ भने उक्त त्रिभुज समकोण त्रिभुज हुन्छ ।

यहाँ, ΔLMN मा $(LN)^2 = (LM)^2 + (MN)^2$ भएकाले ΔLMN समकोण त्रिभुज हो ।

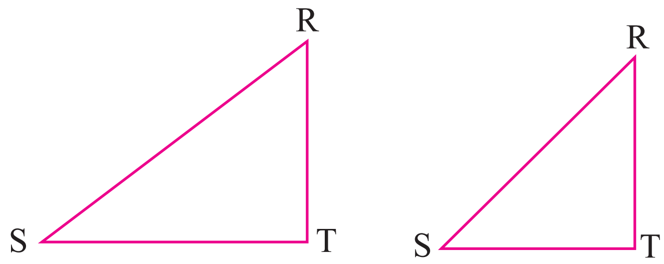
क्रियाकलाप 2

कर्ण = 5cm, आधार = 3cm र लम्ब = 4cm भएको समकोण त्रिभुज खिच्नुहोस् र यसको नाम ABC राख्नुहोस् । अब कर्ण AC, आधार BC र लम्ब AB का वर्गबाट $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ हुन्छ कि हुँदैन परीक्षण गर्नुहोस् र निष्कर्ष लेख्नुहोस् :

चित्र	AB	AB^2	BC	BC^2	AC	AC^2	$AB^2 + BC^2$	परिणाम

क्रियाकलाप 3

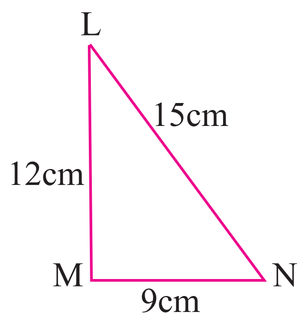
रुलरको प्रयोग गरी दिइएका दुईओटै त्रिभुजका भुजाका नाप लिनुहोस् र तालिकामा भर्नुहोस् : के निष्कर्ष आउँछ ? लेख्नुहोस् :



AB	AB^2	BC	AC^2	AC	AC^2	AB^2	BC^2	परिणम

उदाहरण 1

दिइएको त्रिभुज समकोणी हो वा होइन, पत्ता लगाउनुहोस् :



समाधान :

कर्ण = 15 cm

लम्ब = 12cm

आधार = 9cm

हामीलाई थाहा छ,

पाइथागोरस साध्यअनुसार,

$h^2 = p^2 + b^2$

or, $(15\ cm)^2 = (12cm)^2 + (9cm)^2$

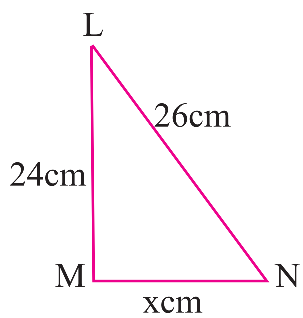
or, $225\ cm^2 = 144cm^2 + 81cm^2$

$\therefore$ $225\ cm^2 = 225cm^2$

यहाँ, ΔLMN मा $(LN)^2 = (LM)^2 + (MN)^2$ भएकाले ΔLMN समकोण त्रिभुज हो ।

उदाहरण 2

दिइएको त्रिभुजबाट x को मान पत्ता लगाउनुहोस् :



समाधान

कर्ण = 26 cm

लम्ब = 24 cm

आधार = x cm

हामीलाई थाहा छ,

पाइथागोरस साध्यअनुसार,

$h^2 = p^2 + b^2$

or, $(26\ cm)^2 = (24cm)^2 + (x)^2$

or, $676\ cm^2 = 576\ cm^2 + x^2$

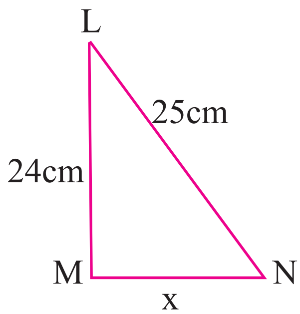
or, $x^2 = (676 - 576)\ cm^2$

or, $x^2 = 100\ cm^2$

$\therefore$ $x = 10\ cm$

उदाहरण 3

एउटा 24 मिटर अग्लो खम्बाको टुप्पाबाट उक्त खम्बालाई टेवा दिनका लागि 25 मिटर लामो तार जमिनमा गाडिएको छ भने उक्त तार गाडिएको स्थान र खम्बाको फेद बिचको दुरी कति होला ?



समाधान

कर्ण = 25 m

लम्ब = 24 m

आधार = x m

हामीलाई थाहा छ,

पाइथागोरस साध्यअनुसार,

$$h^2 = p^2 + b^2$$

or, $(25\ m)^2 = (24m)^2 + (x)^2$

or, $625m^2 = 576\ m2 + x^2$

or, $x^2 = (625 - 576)\ m^2$

or, $x^2 = 49m^2$

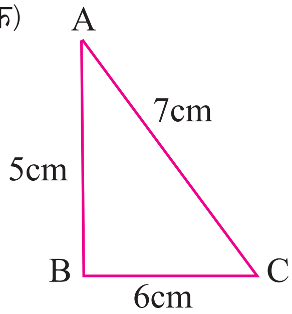
$\therefore$ $x = 7m$

अतः खम्बाको फेद र तार गाडिएको स्थान बिचको दुरी 7 m छ ।

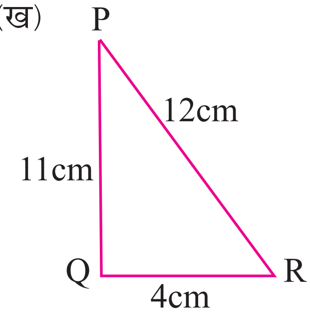
अभ्यासका लागि प्रश्न

1. दिइएका त्रिभुज समकोणी हुन् वा होइनन्, पत्ता लगाउनुहोस् :

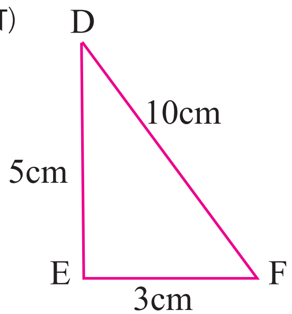
(क)



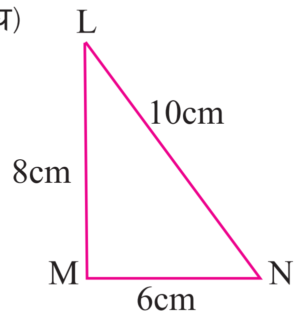
(ख)



(ग)

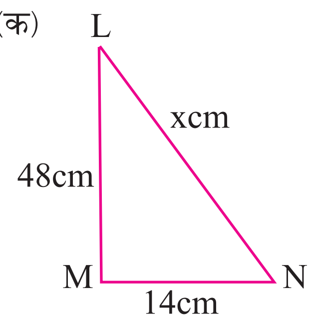


(घ)

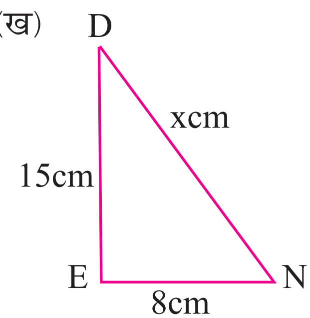


2. दिइएका समकोणी त्रिभुजबाट x को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

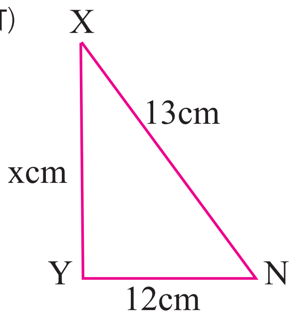
(क)



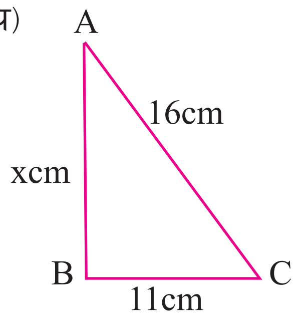
(ख)



(ग)



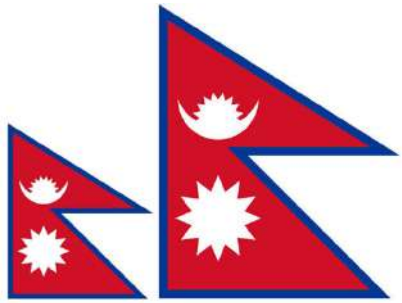
(घ)

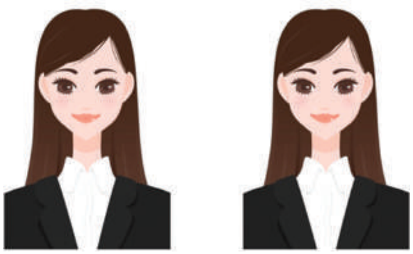


3. एउटा खम्बाको टुप्पाबाट उक्त खम्बालाई टेवा दिनका लागि 25 मिटर लामो तार जमिनमा गाडिएको छ । उक्त तार गाडिएको स्थान र खम्बाको फेद बिचको दुरी 7 मिटर छ भने अग्लो खम्बाको उचाइ कति होला ?

पाठ: 31 अनुरूप आकृति (Congruent Figure)

तल दिइएका आकृतिमध्ये कुन कुन उस्तै आकारका र बराबर नापका छन् ? छुट्याउनुहोस् :





माथी चित्र 1 मा दिइएका जोडी आकृति उस्तै र बराबर नापका छन् । चित्र 2 मा दिइएका जोडी आकृति उस्तै छन् तर बराबर नापका छैनन् । चित्र 3 मा दिइएका जोडी आकृति उस्तै छैनन् । एउटा आयताकारको छ भने अर्को वर्गाकारको छ । यसरी उस्तै आकार र बराबर नाप छन् भो ती आकृतिअनुरूप हुन्छन् । माथिका जोडी चित्रमा पहिलो जोडीअनुरूप छन्, दोस्रो जोडीअनुरूप छैनन् र तेस्रो जोडी पनि अनुरूप छैनन् ।

उस्तै आकार र बराबर नाप भएका आकृतिलाई अनुरूप आकृति भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 1

एउटा आयताकार कागजको टुक्रा लिनुहोस् ।

कागजलाई ठिक बिचबाट पट्याउनुहोस् ।

पट्याइएको कागजलाई खोलेर पट्याइएको ठाउँमा कैँचीले काट्नुहोस् ।

अब, दुवै टुक्रालाई खप्टाउनुहोस् ।

यो क्रियाकलापको आधारमा सोधिएका प्रश्नको उत्तर खोज्नुहोस् :

(क) दुवै टुक्रा उस्तै आकारका छन् कि छैनन् ?

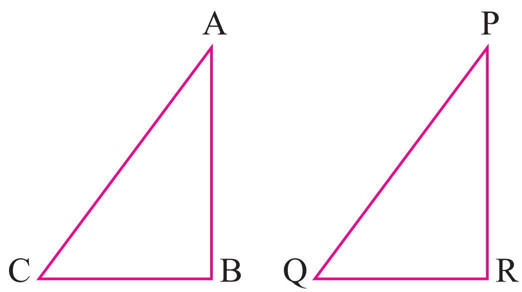
(ख) दुवै टुक्राका नाप बराबर छन् कि छैनन् ?

(ग) आकार उस्तै र बराबर नाप भएका आकृतिलाई कस्ता आकृति भनिन्छ ?

क्रियाकलाप 2

तपाईँको ज्यामिति बाकसमा भएको सेटस्क्वायर लिनुहोस् ।

सेट स्क्वायरलाई कापीमा राखेर बाहिरी घेराको ट्रेसिङ गरी दुईओटा त्रिभुज बनाउनुहोस् ।



दुवै त्रिभुजको नाम फरक फरक दिनुहोस् ।

कैँचीको सहायताले दुवै त्रिभुजलाई काट्नुहोस् ।

एउटा त्रिभुज माथि अर्को त्रिभुज खप्टाएर दाँज्नुहोस् र तलको तालिका भर्नुहोस् :

त्रिभुज PQR को,

विन्दु P माथि त्रिभुज ACD को विन्दु ....छ ।

विन्दु Q माथि त्रिभुज ABD को विन्दु ....छ ।

विन्दु R माथि त्रिभुज ABD को विन्दु ....छ ।

त्यस्तैगरी, त्रिभुज PQR को,

भुजा PR माथि त्रिभुज ABD को भुजा ....छ ।

भुजा QR माथि त्रिभुज ABD को भुजा ....छ ।

भुजा PQ माथि त्रिभुज ABD को भुजा ....छ ।

त्रिभुज ABC र त्रिभुज PQR लाई कस्ता त्रिभुज भन्न सकिन्छ ? निष्कर्ष लेख्नुहोस् ।

यहाँ, उस्तै आकार र बराबर नाप भएका दुईओटा त्रिभुज छन् । त्यसैले यी त्रिभुज

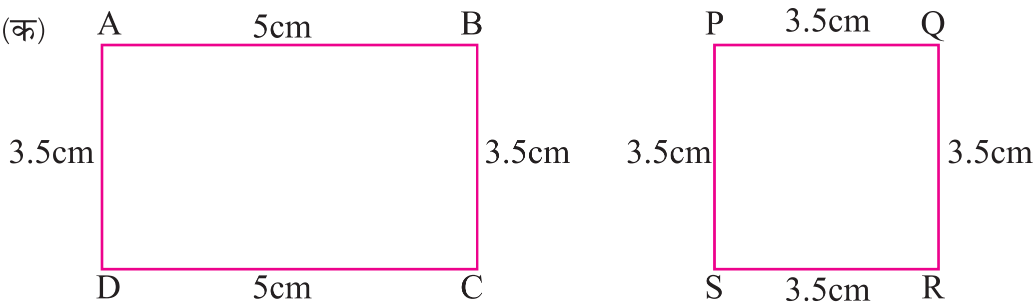
ABD र त्रिभुज PQR अनुरूप छन् ।

उस्तै आकार र बराबर नाप भएका त्रिभुजलाई अनुरूप त्रिभुज भनिन्छ ।

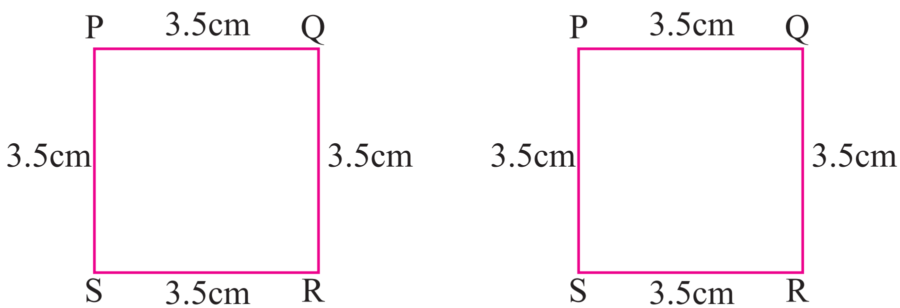
उदाहरण 1

तलका कुन कुन आकृति अनुरूप छन् ? किन ?

(क)



(ख)

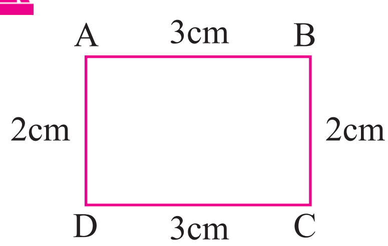


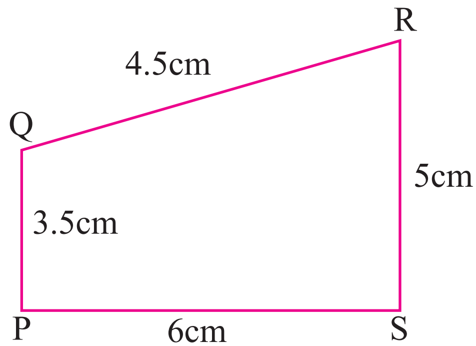
यहाँ, चित्र (क) मा दिइएका आकृति अनुरूप छैनन् किनकि यी जोडी आकृति उस्तै छैनन् । एउटा आयताकार छ भने अर्को वर्गाकार छ ।

यहाँ, चित्र (ख) मा दिइएका आकृति अनुरूप छन् किनकि यी जोडी आकृति उस्तै छन् र भुजाको नाप पनि बराबर छन् ।

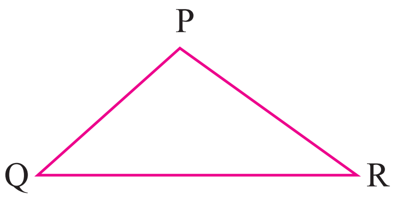
अभ्यासका लागि प्रश्न

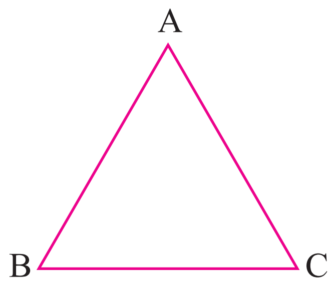
1. तलका कुन कुन आकृति अनुरूप छन् ? किन ?





(ख)



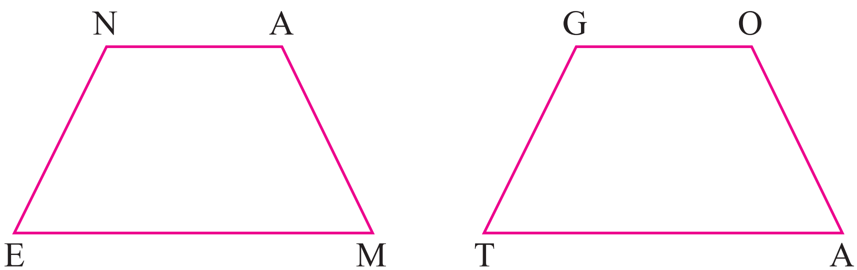


(ग)

2. तलका कुन कुन आकृति अनुरूप छन् ? रुलरको प्रयोग गरी नाप पत्ता लगाउनुहोस् :

(क)

(ख)



(ग)

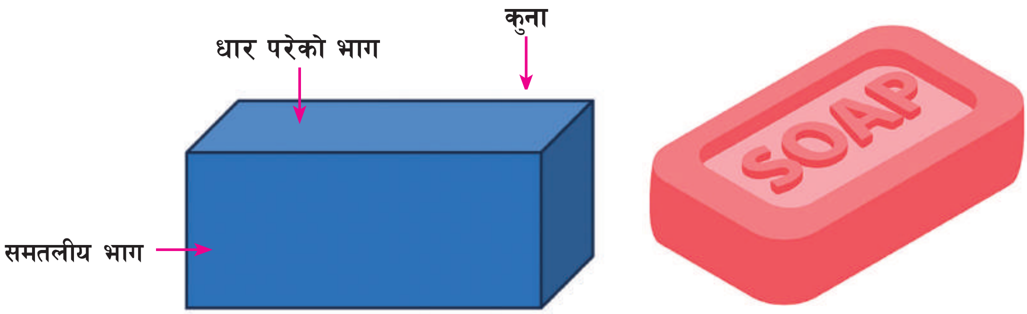
3. आफ्ना घर वरपर भएका अनुरूप आकृति सङ्कलन गरी प्रत्यक्ष कक्षामा प्रदर्शन गर्नुहोस् :

पाठ : 32 ठोस वस्तु (Solid Object)

चित्रमा दिइएको साबुनको अवलोकन गरौँ :

साबुनमा कस्ता कस्ता भाग देखिन्छन् ?

यिनमा कुना, धार परेका भाग तथा समतलीय भागको पहिचान गरौँ :

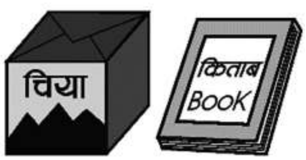
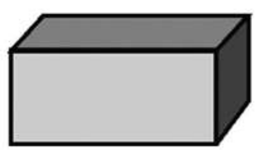


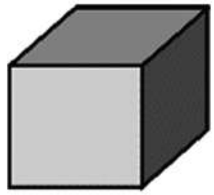
यसरी चित्रमा देखाइएका भागमा कुनालाई उक्त वस्तुको शीर्षविन्दु, धार परेको भागलाई किनारा र समतलीय भागलाई सतह भनिन्छ ।

सलाई, साबुन, चक्को बट्टा जस्ता सामग्रीलाई ठोस वस्तु भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 1

तलको तालिकामा केही भौतिक वस्तु, तिनीहरूको नाम, तिनीहरूसँग सम्बन्धित ठोसवस्तु र गणितीय नाम दिइएको छ अध्ययन गरौँ :

भौतिक वस्तु	ठोस वस्तु	गणितीय नाम
		आयताकार ठोस वा षड्मुखा (सबै सतह आयताकार हुन्छन् ।)

		घन (सबै सहत वर्गाकार हुन्छन् ।

ठोस वस्तुको सतह, किनारा र कुनाको सम्बन्ध

क्रियाकलाप 2

(क) एउटा घनाकार/षड्मुखाकार ठोस आकृति लिनुहोस् । जस्तै, सामान राख्ने बट्टा, सलाई वा साबुन

(ख) उक्त ठोस आकृतिमा कतिओटा समतलीय सतह छन् अवलोकन गरी गणना गर्नुहोस् ।

(ग) उक्त ठोस आकृतिमा कतिओटा सिधा किनारा छन् ? गणना गर्नुहोस् ।

(घ) उक्त ठोस आकृतिमा कतिओटा शीर्षविन्दु छन् ? गणना गर्नुहोस् ।

- कुनै ठोस वस्तुका समतलीय सतहलाई उक्त ठोस वस्तुको सतह वा मोहडा (face) भनिन्छ ।
- दुईओटा सतह आपसमा मिलेको भागलाई किनारा (edge) भनिन्छ ।
- तीनओटा वा सोभन्दा बढी किनारा मिलेर बनेको भागलाई उक्त ठोस वस्तुको कुना वा शीर्षविन्दु (vertex) भनिन्छ ।

ठोस आकृति	किनाराको सङ्ख्या	कुनाको सङ्ख्या	सतहको सङ्ख्या
घन	12	8	6
षड्मुखा	12	8	6

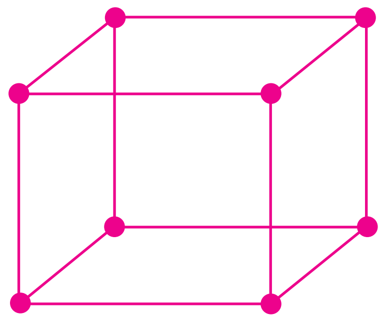
अब, गणना गर्दा आएको कुनाको सङ्ख्या र सतहको सङ्ख्या जोड्नुहोस् ।

उक्त योगफलबाट किनाराको सङ्ख्या घटाउनुहोस् । के नतिजा आउँछ ? निष्कर्ष लेख्नुहोस् ।

कुनै पनि घन वा षड्मुखाको कुनालाई V, किनारालाई E र सतहलाई F मान्दा $V - E + F = 2$ हुन्छ ।

क्रियाकलाप 3

घनको खोक्रा नमुना निर्माण (Construction of hollow cubical model)



12 ओटा बराबर नापका सिन्का लिनुहोस् ।

आठ टुक्रा आलु बा अन्य नरम वस्तुका टुक्रा लिनुहोस् ।

अब चित्रमा देखाएजस्तै गरी सिन्का र आलुका टुक्रा जोड्नुहोस् ।

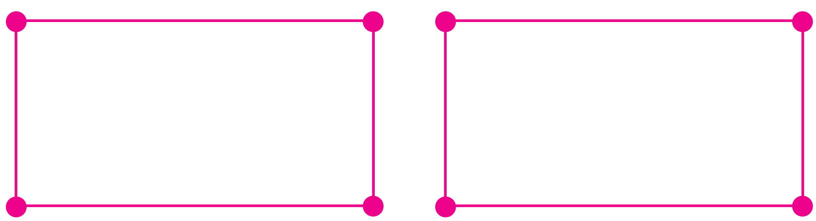
कस्तो आकृति बन्छ ?

यसमा कतिओटा समतलीय सतह, कतिओटा किनारा र कतिओटा कुना बन्छन् ? अवलोकन गरी लेख्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 4

षणमुखाको खोक्रा नमुना निर्माण (Construction of hollow cuboidal model)

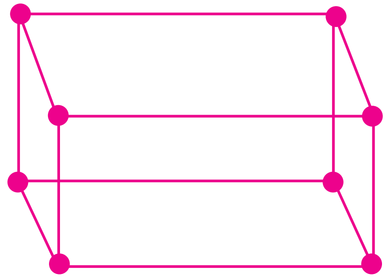
आठओटा एउटै नापका बराबर र चारओटा फरक नापका बराबर गरी जम्मा 12 ओटा सिन्का लिनुहोस् ।



त्यसपछि आठओटा बराबर नापका टुक्राहरू प्रयोग गरेर दुईओटा वर्ग तयार गर्नुहोस् ।

आठ टुक्रा आलु बा अन्य नरम वस्तुका टुक्रा लिनुहोस् ।

अब चित्रमा देखाएजस्तै गरी सिन्का र आलुका टुक्रा जोड्नुहोस् ।



कस्तो आकृति बन्छ ?

यसमा कतिओटा समतलीय सतह, कतिओटा किनारा र कतिओटा कुना बन्छन् ? अवलोकन गरी लेख्नुहोस् ।

उदाहरण 1

एउटा घनाकार बट्टामा 12 ओटा किनारा र 6 ओटा सतह छन् भने बट्टाको कुनाको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

यहाँ, घनका सतहको सङ्ख्या (F) = 6

किनाराको सङ्ख्या (E) = 12

कुनाको सङ्ख्या (V) = ?

हामीलाई थाहा छ, $V - E + F = 2$

अथवा, $V - 12 + 6 = 2$

अथवा, $V - 6 = 2$

अथवा, $V = 2+6 = 8$

अत : उक्त बट्टाको कुनाको सङ्ख्या = 8 रहेछ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तलका वाक्य ठिक वा बेठिक के हुन्, छुट्याउनुहोस्

(क) घनका सवै किनारा बराबर हुन्छन् ।

(ख) घनमा जम्मा छओटा आयताकार सतह हुन्छन् ।

(ग) षड्मुखाका सबै किनाराको लम्बाइ बराबर भएमा उक्त षड्मुखालाई घन भनिन्छ ।

(घ) षड्मुखाका सतह, किनारा तथा कुनाको सम्बन्ध $V - E + F = 2$ हुन्छ ।

2. तलका प्रश्नको उत्तर लेख्नुहोस् :

(क) घन भनेको के हो ?

(ख) षड्मुखाका सतह, किनारा तथा कुना भन्नाले के बुझिन्छ ?

(ग) षड्मुखाका सतह, किनारा तथा कुनाको सम्बन्ध जनाउने सूत्र लेख्नुहोस् ।

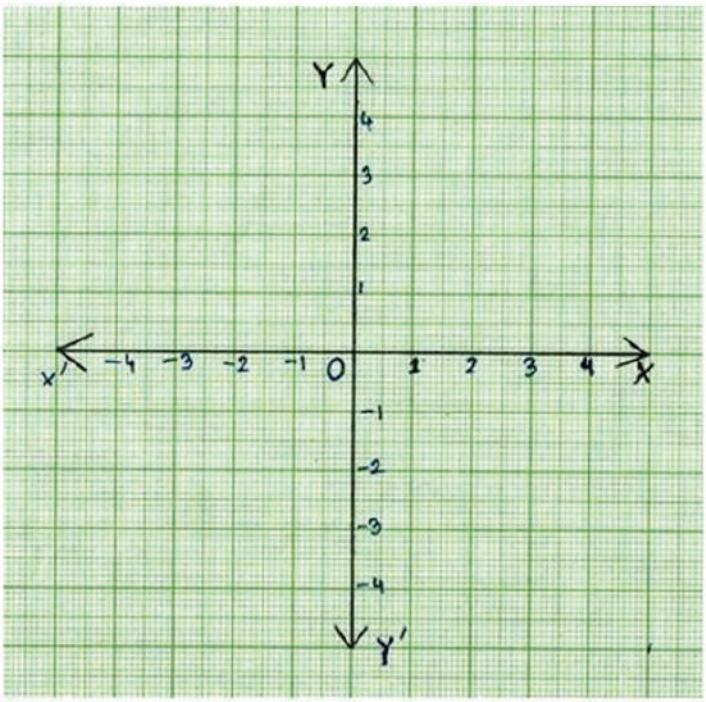
3. एउटा घनाकार गोटीमा जम्मा समतलीय सतहको सङ्ख्या 6 छ । त्यसको किनाराको सङ्ख्या कति भएमा उक्त गोटीमा कुनाको सङ्ख्या 8 हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

4. एउटा षड्मुखाकार ट्याङ्कीका जम्मा समतलीय सतहका सङ्ख्या 6 छ । त्यसको कुनाको सङ्ख्या कति भएमा किनाराको सङ्ख्या 8 हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

पाठ : 33 निर्देशाङ्क (Coordinates)

परिचय

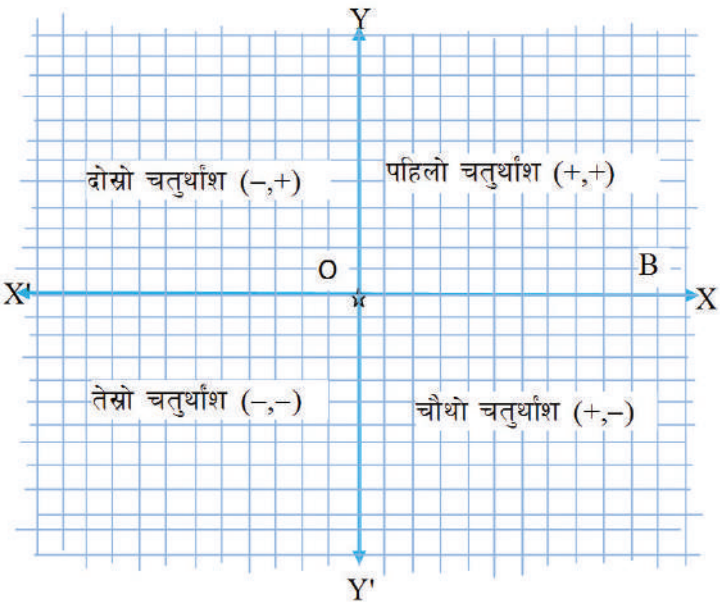
सँगैको चित्रमा एउटा ग्राफको नमुना देखाइएको छ । चित्रमा दुईओटा सिधा रेखा XX' र YY' आपसमा समकोण हुने गरी विन्दु O मा प्रतिच्छेदन भएका छन् । विन्दु O लाई उद्गम विन्दु भनिन्छ । आपसमा O मा प्रतिच्छेच्दित भुजालाई अक्ष (Axes) भनिन्छ । XX' लाई X अक्ष र YY' लाई Y अक्ष भनिन्छ । OX लाई धनात्मक X-अक्ष र OX' लाई ऋणात्मक X- अक्ष भनिन्छ । त्यस्तै, OY लाई धनात्मक Y- अक्ष र OY' लाई ऋणात्मक Y- अक्ष भनिन्छ ।



चतुर्थांश (Quadrants)

दिइएको चित्रको अवलोकन गर्नुहोस् । यसमा दुईओटा सिधा रेखा XX' र YY' आपसमा समकोण हुने गरी विन्दु O मा प्रतिच्छेदन हुँदा जम्मा 4 ओटा भागहरू देखिएका छन् । तिनीहरू XOY, YOX', XOY र Y'OX हुन् । यिनीहरूलाई क्रमशः

पहिलो, दोस्रो, तेस्रो र चौथो चतुर्थांश भनिन्छ । यसरी उद्गम विन्दु O बाट दायाँतिर जादा धनात्मक दिशा हुन्छ भने बायाँतिर जाँदा ऋणात्मक दिशा हुन्छ । त्यसै गरी उद्गम विन्दु O बाट माथि धनात्मक दिशा मानिन्छ भने तल ऋणात्मक दिशा मानिन्छ । यसलाई निम्नानुसार तालिकामा देखाउन सकिन्छ ।



उक्त तालिकालाई सँगैको लेखाचित्रबाट अझ स्पष्ट देखाइएको छ :

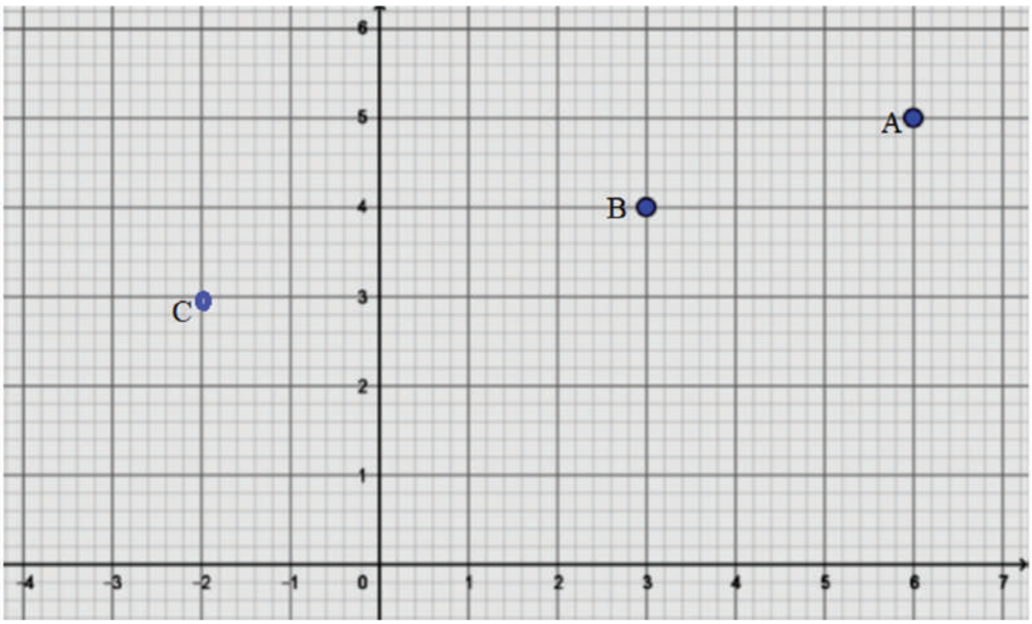
दायाँ, माथि $\rightarrow$ (+ ,+) स दाँया, तल $\rightarrow$ (+, -)
बायाँ, माथि $\rightarrow$ (–, +) स बायाँ, तल $\rightarrow$ (- , -)

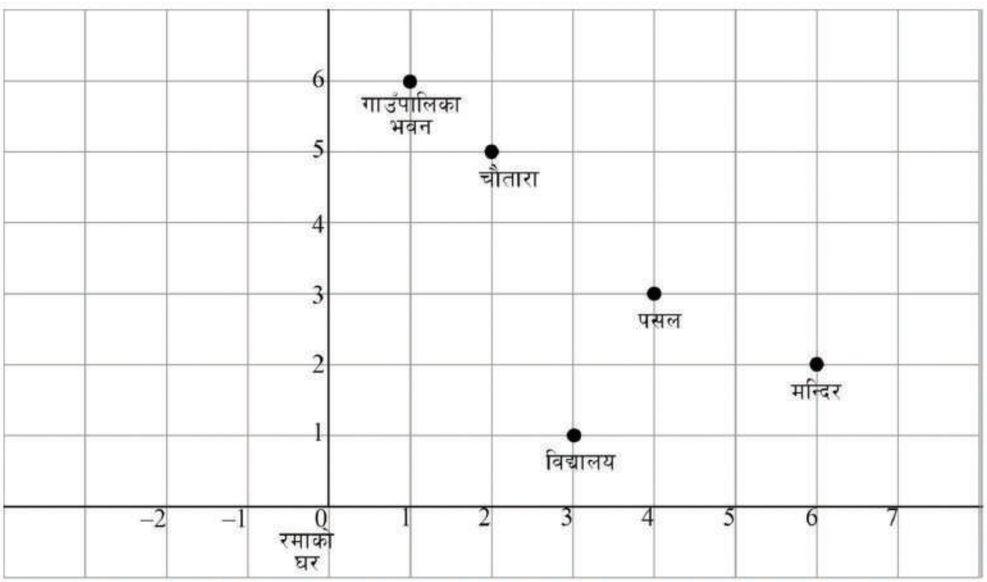
क्रियाकलाप 1

दिइएको लेखाचित्रमा अवलोकन गर्दा, विन्दु O बाट विन्दु A मा जान कति एकाइ दायाँ र कति एकाइ माथि जानुपर्ला ? गणना गर्नुहोस् । यहाँ, विन्दु O बाट 6 एकाइ दायाँ र 6 एकाइ माथि गएपछि विन्दु A मा पुगिन्छ । यसलाई (6,6) लेखिन्छ । (6,6) लाई A को निर्देशाङ्क भनिन्छ । त्यस्तै, विन्दु B मा पुग्नका लागि विन्दु O बाट 3 एकाइ दायाँ र 4 एकाइ माथि जानुपर्छ । तसर्थ यसलाई (3,4) लेखिन्छ । (3,4) लाई B को निर्देशाङ्क भनिन्छ । यसै गरी विन्दु O बाट 2 एकाइ बायाँ र 3 एकाइ माथि गएपछि विन्दु C मा पुगिन्छ । यसलाई -2 र 3 लेखिन्छ । तसर्थ (-2,3) विन्दु C को निर्देशाङ्क हो ।

उदाहरण 1

सँगैको ग्राफमा रमाको घर र उनको वरपर रहेका वस्तु देखाइएको छ । रमाको घरबाट चित्रमा दिइएका स्थानका पुग्न कति कति एकाइ दायाँ, बायाँ, माथि वा तल हिँड्नुपर्छ, लेख्नुहोस् ।





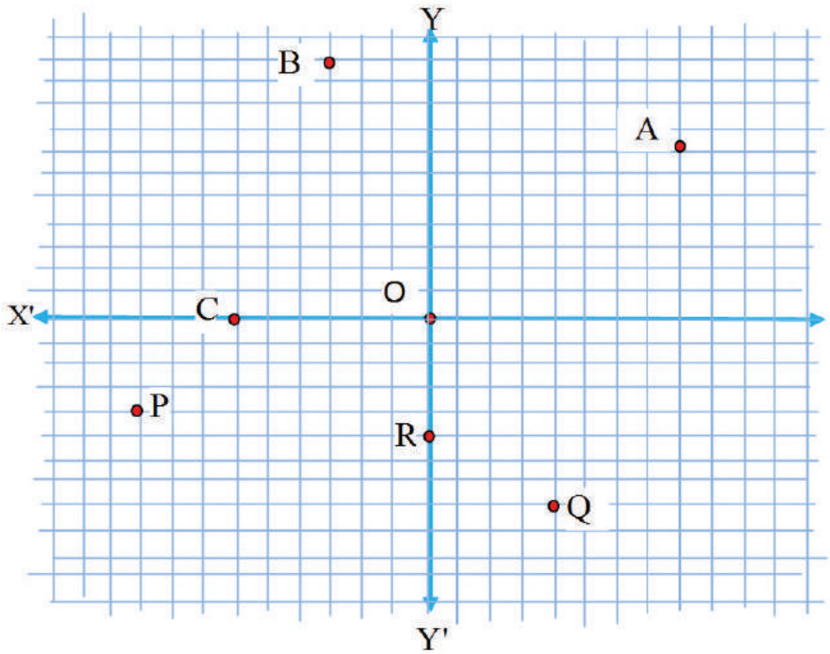
माथिको चित्रको अध्ययन गर्दा 0 ले रमाको घरको स्थानलाई जनाउँछ । जसको निर्देशाङ्क (0, 0) हुन्छ । रमाको घरबाट पसल पुग्नका लागि 4 एकाइ दायाँतिर तेर्स्रो गएर 3 एकाइ ठाडो माथि जानुपर्छ । त्यसैले पसलको स्थानको निर्देशाङ्क (4,3) छ यसरी नै रमाको घरबाट मन्दिर पुग्नका लागि 6 एकाइ दायाँतिर तेर्स्रो गएर 2 एकाइ ठाडो माथि जानुपर्छ । त्यसैले मन्दिरको निर्देशाङ्क (-6,2) छ । सहभागी साथी अब तपाईं आफूले माथिको चित्र हेरेर रमाको घरबाट विद्यालय गापा भवन र चौताराको स्थानको निर्देशाङ्क निकाल्नुहोस् ।

उदाहरण 2

सँगैको ग्राफमा दिइएको विन्दुको निर्देशाङ्क पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ, विन्दुको स्थानको गणना गर्दा निम्नानुसारका निर्देशाङ्क लेख्न सकिन्छ :



A मा पुग्न 8 एकाइ दायाँ र 7 एकाइ माथि जानुपर्छ । तसर्थ यो प्रथम चतुर्थांशमा पर्छ । यसको निर्देशाङ्क (8, 7) हुन्छ ।

B मा पुग्न 3 एकाइ बायाँ र 11 एकाइ माथि जानुपर्छ । तसर्थ यो दोस्रो चतुर्थांशमा पर्छ । यसको निर्देशाङ्क (-3, 11) हुन्छ ।

C मा पुग्न 6 एकाइ बायाँ र 0 एकाइ माथि वा तल जानुपर्दैन । तसर्थ यो ऋणात्मक X- अक्षमा पर्छ । यसको निर्देशाङ्क (-6, 0) हुन्छ ।

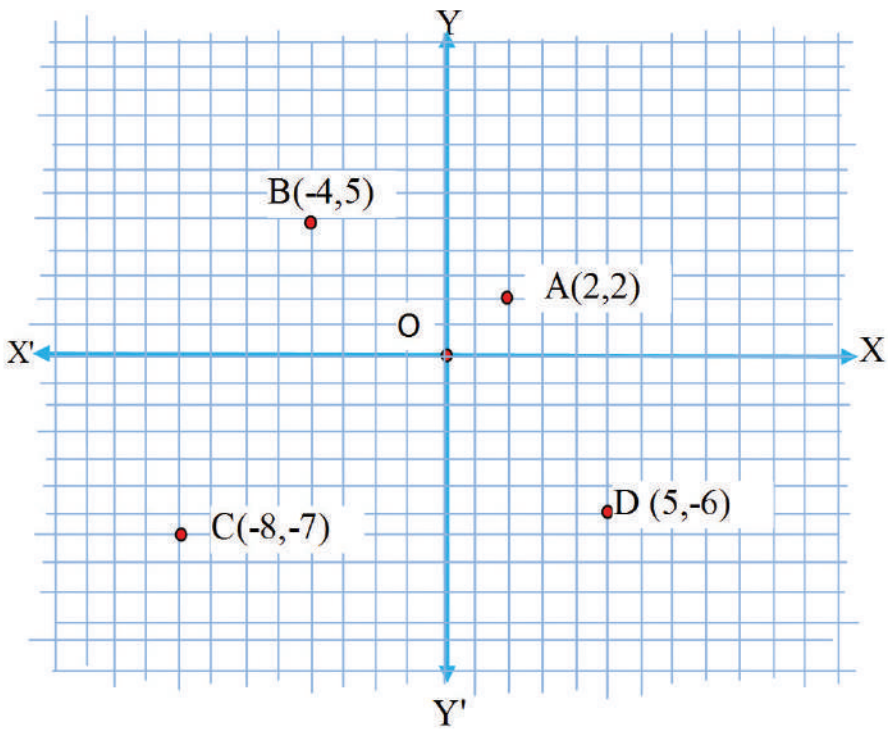
P मा पुग्न 9 एकाइ बायाँ र 4 एकाइ तल जानुपर्छ । तसर्थ यो तेस्रो चतुर्थांशमा पर्छ । यसको निर्देशाङ्क (-9, -4) हुन्छ ।

Q मा पुग्न 4 एकाइ दायाँ र 8 एकाइ तल जानुपर्छ । तसर्थ यो चौथो चतुर्थांशमा पर्छ । यसको निर्देशाङ्क (4, -8) हुन्छ ।

R मा पुग्न उद्गम विन्दुबाट 5 एकाइ तल जानुपर्छ । तसर्थ यो यो ऋणात्मक Y-अक्षमा पर्छ पर्छ । यसको निर्देशाङ्क (0, -5) हुन्छ ।

उदाहरण 3

दिइएका विन्दुलाई ग्राफमा भर्नुहोस् : A(2, 2), B(-4, 5), C(-8, -7),D (5, -6):

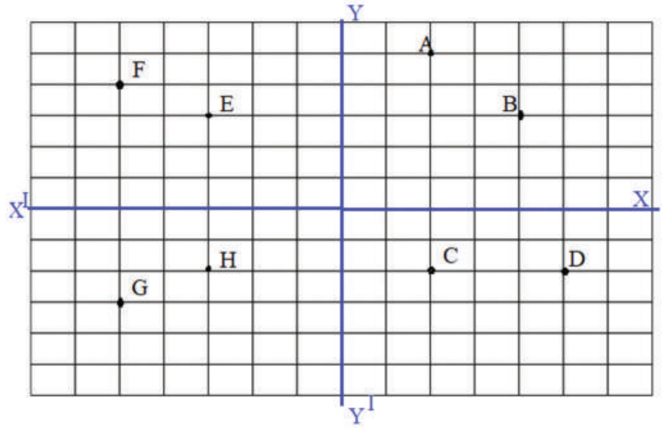


समाधान

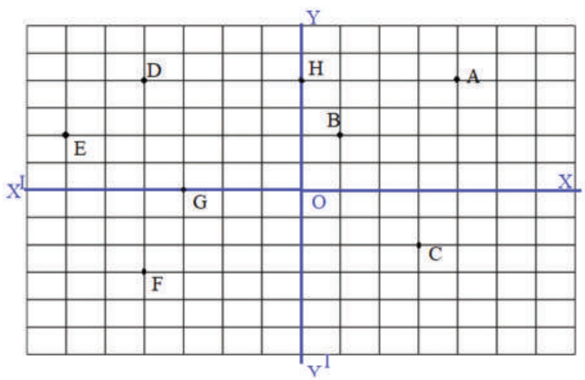
माथिका विन्दुलाई सँगैको लेखाचित्रमा देखाइएको छ :

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. दिइएका वर्गाङ्कित कागजमा भएका विन्दु कुन कुन चतुर्थांशमा पर्छन् ? लेख्नुहोस् :



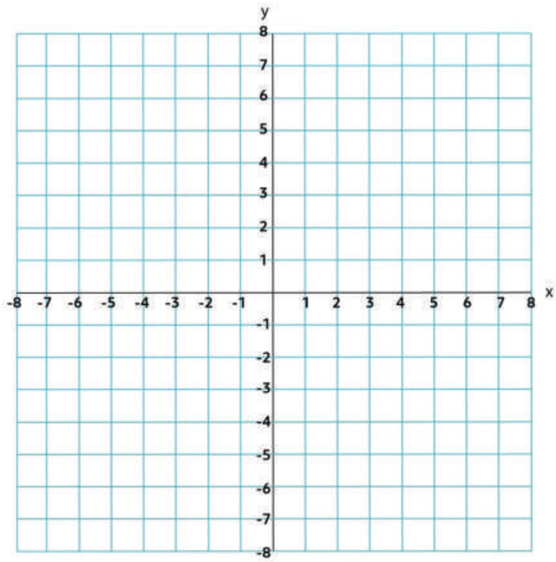
2. दिइएको ग्राफको अध्ययन गरी विन्दु A, B, C, D, E, F, G र H ले जनाउने स्थानको निर्देशाङ्क लेख्नुहोस् :



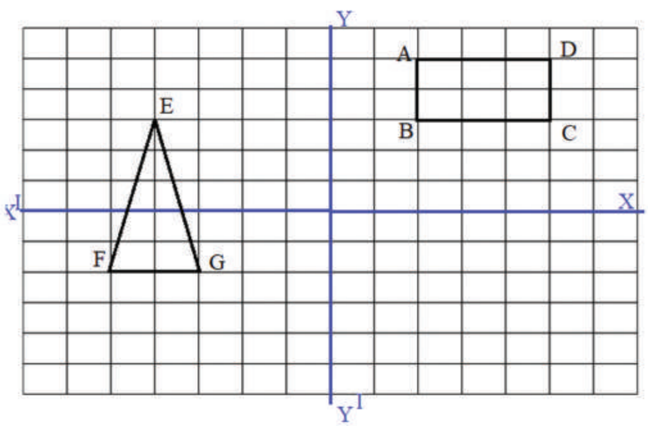
3. वर्गाङ्कित कागजमा दिइएका विन्दुलाई अङ्कित गनुहोस् :

(a) (4, 5) (b) (0, -5) (c) (-3, -4)

(d) (-9, 0) (e) (2,- 7) (f) (-5, 0)



4. दिइएको ग्राफमा भएका आकृतिको शीर्षविन्दुको निर्देशाङ्क लेख्नहोस् :



5. तल दिइएका निर्देशाङ्कलाई लेखाचित्रमा भर्नुहोस् । रेखा जोडेर कस्तो आकृति बन्छ, नाम लेख्नुहोस् :

(क) A(4,4),B (-4,4), C(-4,4), र D(4,-4)

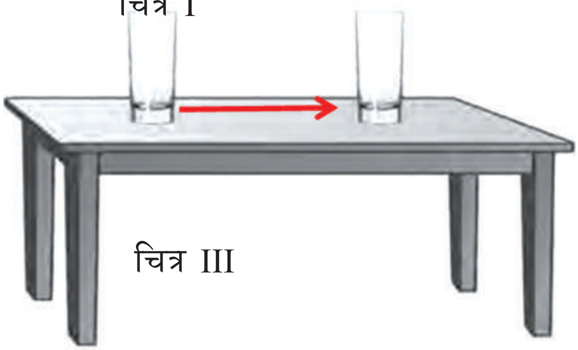
(ख) E(0,6), F(-6,0) र G(6,0)

पाठ : 34 स्थानान्तरण (Transformation)

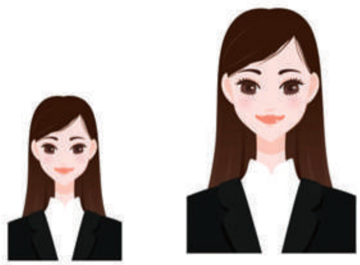
दिइएका चित्रको अवलोकन गर्नुहोस् र सोधिएका प्रश्नका उत्तर खोजी गर्नुहोस् :

चित्र I

चित्र II



चित्र III



चित्र IV

(क) के मानिसको अनुहार र ऐनामा देखिएको अनुहार उस्तै र उत्रै छन् ?

(ख) के रिँगटे पिङ घुमाउँदा पिङमा खेल्न बसेका मानिसका स्थान परिवर्तन होला ?

(ग) के गिलासलाई पहिलेको स्थानबाट निश्चित दिशामा सार्दा आकारमा परिवर्तन आएको छ ?

(घ) के चित्रमा देखाइएका फोटो एउटै व्यक्तिका हुन् ? के परिवर्तन देखिएको छ ? पक्कै पनि तपाईंले अनुमान गरिसक्नुभयो होला ।

हो, कुनै पनि व्यक्तिले ऐना हेर्दा ऐना बाहिरको उसको अनुहार र ऐनामा देखिने अनुहार उस्तै र उत्रै हुन्छन् । त्यसैले चित्र I मा पनि मानिसको अनुहार र ऐनामा

देखिएको अनुहार उस्तै र उत्रै छन् । त्यस्तै गरी रिंङ्गटे पिङ घुमाउँदा पिङमा खेल्न बसेका मानिसको स्थान पनि परिवर्तन हुन्छ । गिलासलाई पहिलेको स्थानबाट निश्चित दिशामा सार्दा आकारमा परिवर्तन आउँदैन तर स्थान भने परिवर्तन हुन्छ । चित्र IV मा देखाइएका फोटो एउटै व्यक्तिका हुन् । यसमा आकारमा परिवर्तन देखिएको छ ।

कुनै निश्चित नियममा रही कुनै वस्तुको स्थिति र नापमा परिवर्तन हुनुलाई उक्त वस्तुको स्थानान्तरण भनिन्छ ।

परावर्तन (Reflection)

क्रियाकलाप 1

एउटा आयताकार कागज लिनुहोस् ।

बराबर दुई भाग हुने गरी कागजलाई पट्याउनुहोस् ।

कम्पासको चुच्चो भाग वा कलमले पट्याइएको भागको बिचमा एउटा प्वाल पार्नुहोस् ।

त्यसपछि पट्याइएको भागलाई खोल्नुहोस् ।

कागज पट्याउँदा बनेको रेखादेखि दुवै प्वालसम्मको दुरी नाप्नुहोस् । के दुरी बराबर छन् ? निष्कर्ष लेख्नुहोस् ।

दुईओटा प्वालमध्ये एउटालाई आकृति मान्दा अर्को प्रतिविम्ब हुन्छ ।

कागज पट्याउँदा बनेको रेखा परावर्तनको अक्ष हुन्छ ।

परावर्तन अक्षबाट आकृति र प्रतिविम्ब बराबर दुरीमा रहेको हुन्छ ।

X- अक्षमा परावर्तन

क्रियाकलाप 2

एउटा ग्राफ पेपर लिनुहोस् जहाँ X- अक्ष र Y- अक्ष खिच्नुहोस् ।

ग्राफ पेपरमा एउटा विन्दु A लिनुहोस् ।

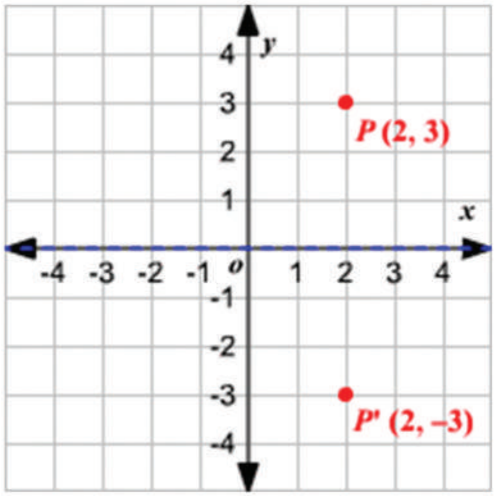
अब, उक्त विन्दु X- अक्षबाट जति दुरीमा छ, त्यति दुरीमा नै अर्को दिशामा (विन्दु

तल भए माथि र माथि भए तल) परावर्तन गर्नुहोस् ।

त्यसपछि ग्राफमा विन्दु P को निर्देशाङ्क लेख्नुहोस् ।

यहाँ, ग्राफमा विन्दु P को निर्देशाङ्क (2,3) छ ।

अब ग्राफ चित्रको अवलोकन गरेर दिइएका प्रश्नका बारेमा खोजी गर्नुहोस् :



(क) चित्रमा विन्दु P लाई परावर्तन गराउँदा बनेको प्रतिविम्ब कुन हो ?

(ख) चित्रमा परावर्तनको अक्ष कुन हो ?

(ग) के परावर्तनको अक्षदेखि विन्दु P र P^1 को दुरी बराबर छ ?

चित्रमा विन्दु P लाई परावर्तन गराउँदा बनेको प्रतिविम्ब विन्दु P^1 हो । विन्दु P लाई X- अक्षमा परावर्तन गरिएको छ । विन्दु P^1 को निर्देशाङ्क (2,-3) छ ।

कुनै पनि विन्दु (x – y) लाई X–अक्षमा परावर्तन गर्दा प्रतिविम्ब (x, –y) हुन्छ । अर्थात् X निर्देशाङ्क उही रहन्छ र Y निर्देशाङ्कका चिह्न मात्र बदलिन्छ ।

P(x ,y) → P1 (x , -y)

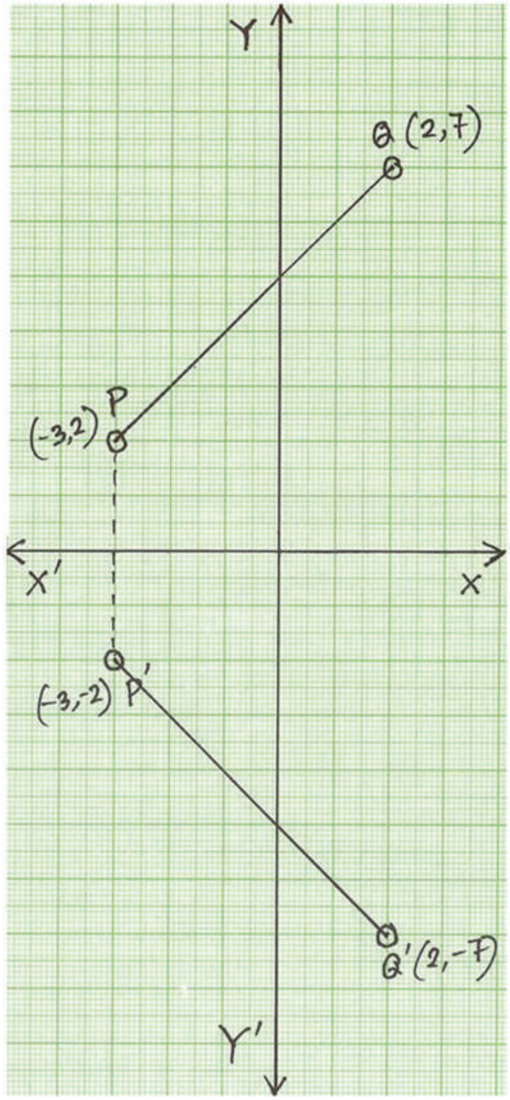
क्रियाकलाप 3

एउटा ग्राफ पेपर लिनुहोस् जहाँ X- अक्ष र Y- अक्ष खिच्नुहोस् ।

ग्राफ पेपरमा एउटा रेखा PQ लिनुहोस् ।

अब, उक्त विन्दु X- अक्षबाट जति दुरीमा छ, त्यति दुरीमा नै अर्को दिशामा (विन्दु तल भए माथि र माथि भए तल) परावर्तन गर्नुहोस् :

त्यसपछि ग्राफमा रेखा PQ का निर्देशाङ्क लेख्नुहोस् ।



(क) चित्रमा विन्दु P र Q लाई परावर्तन गराउँदा बनेको प्रतिविम्ब कुन हो ?

(ख) के रेखा PQ र रेखा P^1Q^1 उस्तै र उत्रै छन् ?

(ग) चित्रमा परावर्तनको अक्ष कुन हो ?

(घ) के परावर्तनको अक्षदेखि रेखा PQ र रेखा P^1Q^1 सम्मको दुरी बराबर छ ?

(ङ) के वास्तविक आकृति (रेखा PQ) र प्रतिविम्ब (रेखा P^1Q^1) अनुरूप छन् ?

चित्रमा रेखा PQ लाई परावर्तन गराउँदा बनेको प्रतिविम्ब रेखा P^1Q^1 हो । रेखा PQ र रेखा P^1Q^1 उस्तै र उत्रै छन् । त्यसैले, वास्तविक आकृति (रेखा PQ) र प्रतिविम्ब (रेखा P^1Q^1) अनुरूप छन् । रेखा एत्त लाई X- अक्षमा परावर्तन गरिएको छ ।

विन्दु P (-3,2) लाई X- अक्षमा परावर्तन गरिएको छ । विन्दु P^1 को निर्देशाङ्क (-3,-2) छ ।

विन्दु Q (2,7) लाई X- अक्षमा परावर्तन गरिएको छ । विन्दु Q^1 को निर्देशाङ्क (2,-7) छ ।

Y- अक्षमा परावर्तन

क्रियाकलाप 4

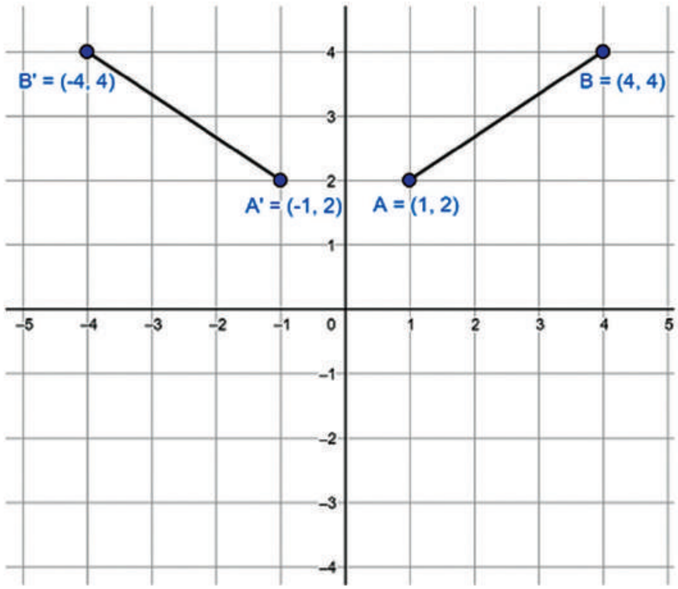
एउटा ग्राफ पेपर लिनुहोस् जहाँ X- अक्ष र Y- अक्ष खिच्नुहोस् ।

ग्राफ पेपरमा एउटा विन्दु P लिनुहोस् ।

अब, उक्त विन्दु X- अक्षबाट जति दुरीमा छ, त्यति दुरीमा नै अर्को दिशामा (विन्दु दायाँ भए बायाँ र बायाँ भए दायाँ) परावर्तन गर्नुहोस् । त्यसपछि ग्राफमा विन्दु P को निर्देशाङ्क लेख्नुहोस् ।

यहाँ, ग्राफमा विन्दु P को निर्देशाङ्क (2,3) छ ।

अब ग्राफ चित्रको अवलोकन गरेर दिइएका प्रश्नका बारेमा खोजी गर्नुहोस् :



(क) चित्रमा विन्दु P लाई परावर्तन गराउँदा बनेको प्रतिविम्ब कुन हो ?

(ख) चित्रमा परावर्तनको अक्ष कुन हो ?

(ग) के परावर्तनको अक्षदेखि विन्दु P र P^1 को दुरी बराबर छ ?

चित्रमा विन्दु P लाई परावर्तन गराउँदा बनेको प्रतिविम्ब विन्दु P^1 हो । विन्दु P लाई Y- अक्षमा परावर्तन गरिएको छ । विन्दु P^1 को निर्देशाङ्क (-2,3) छ ।

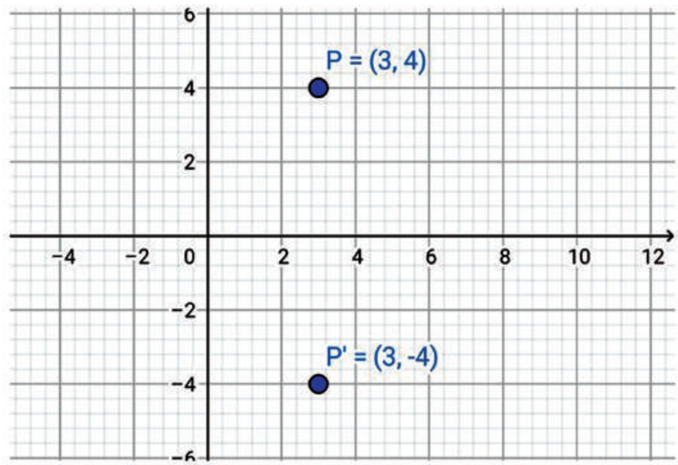
कुनै पनि विन्दु (x, y) लाई Y– अक्षमा परावर्तन गर्दा प्रतिविम्ब (–x, y) हुन्छ । अर्थात् Y निर्देशाङ्क उही रहन्छ र X निर्देशाङ्कका चिह्न मात्र बदलिन्छ ।

$$\mathbf{P(x\,,y) \rightarrow P^1\,(-x\,,\,y)}$$

क्रियाकलाप 5

एउटा ग्राफ पेपर लिनुहोस् जहाँ X- अक्ष र Y- अक्ष खिच्नुहोस् :

ग्राफ पेपरमा एउटा रेखा AB लिनुहोस् ।



अब, उक्त रेखाखण्ड Y- अक्षबाट जति दुरीमा छ, त्यति दुरीमा नै अर्को दिशामा (रेखाखण्ड दायाँ भए बायाँ र बायाँ भए दायाँ) परावर्तन गर्नुहोस् ।

त्यसपछि ग्राफमा विन्दु P^1 र Q^1 का निर्देशाङ्क गनेर लेख्नुहोस् ।

यहाँ, ग्राफमा विन्दु A र B का निर्देशाङ्क A(1,2) र B(4,4) छन् ।

रेखा AB लाई Y- अक्षमा परावर्तन गरिएको छ । चित्रमा रेखा AB लाई परावर्तन गराउँदा बनेको प्रतिविम्ब रेखा A^1B^1 हो । विन्दु A^1 र B^1 का निर्देशाङ्क A^1(-1,2) र B^1((4,4) छन् । रेखा AB र रेखा A^1B^1 उस्तै र उत्रै छन् । त्यसैले, वास्तविक आकृति (रेखा AB) र प्रतिविम्ब (रेखा A^1B^1) अनुरूप छन् ।

$$\mathbf{P(x\,,y) \rightarrow P^1\,(-x\,,\,y)}$$

जुन रेखालाई आधार मानि परावर्तन गरिन्छ, त्यस रेखालाई परावर्तनको अक्ष भनिन्छ ।

वास्तविक वस्तु परावर्तन भई बन्ने आकृतिलाई प्रतिविम्ब भनिन्छ ।

कुनै वस्तु वा आकृतिलाई परावर्तन गर्दा आकृति र प्रतिविम्ब परावर्तनको अक्षबाट बराबर दुरीमा पर्छन् ।

कुनै वस्तु वा आकृतिलाई परावर्तन गर्दा वास्तविक आकृति र प्रतिविम्ब अनुरूप हुन्छन् ।

उदाहरण 1

विन्दु (3,4) लाई X अक्षमा परावर्तन गरी प्रतिविम्ब विन्दुको निर्देशाङ्क लेख्नुहोस् ।

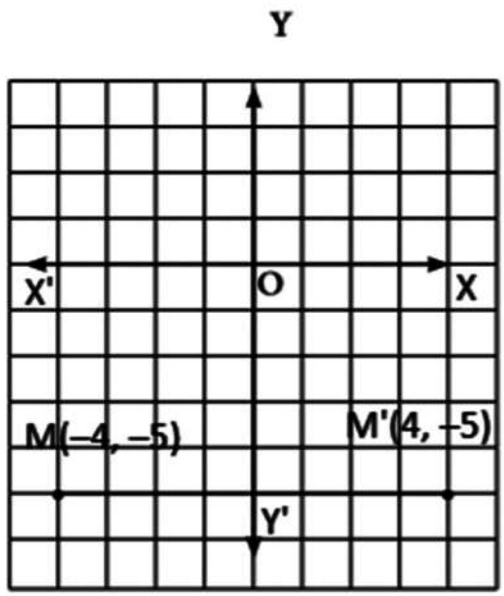
समाधान

यहाँ, विन्दु P (3,4) X अक्षबाट 4 एकाइ माथि छ । विन्दु P (3,4) लाई X अक्षबाट परावर्तन गर्दा X अक्षबाट 4 एकाइ तल लेख्नुपर्छ ।

त्यसैले, विन्दु P (3,4) को प्रतिविम्ब P1 (3,-4) हुन्छ ।

उदाहरण 2

विन्दु (4,-5) लाई y अक्षमा परावर्तन गरी प्रतिविम्ब विन्दुको निर्देशाङ्क लेख्नुहोस् :



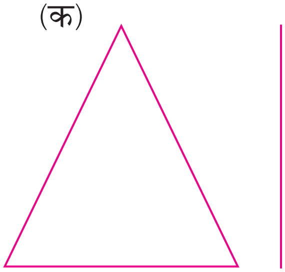
समाधान

यहाँ, विन्दु P (4,-5) y अक्षबाट 4 एकाइ दायाँ छ । विन्दु P (4,-5) लाई Y अक्षबाट परावर्तन गर्दा Y अक्षबाट 4 एकाइ बायाँ लेख्नुपर्छ । त्यसैले विन्दु P (4,-5) को प्रतिविम्ब P^1 (-4,-5) हुन्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. **दिइएका ज्यामितीय आकृतिलाई दिइएको अक्षसँग परावर्तन गरी प्रतिविम्ब चित्र खिच्नुहोस् :**

(क)



(ख)

2. **लेखाचित्रको प्रयोग गरी दिइएका निर्देशाङ्कलाई X अक्षसँग परावर्तन गरी प्रतिविम्बको निर्देशाङ्क लेख्नुहोस् :**

(a) (4, 5) (b) (0, -5) (c) (-3, -4)
(d) (-9, 0) (e) (2,- 7) (f) (-5, 0)

3. **लेखाचित्रको प्रयोग गरी दिइएका निर्देशाङ्कलाई y अक्षसँग परावर्तन गरी प्रतिविम्बको निर्देशाङ्क लेख्नुहोस् :**

(a) (4, -5) (b) (0, -2) (c) (-2, -5)
(d) (-9, 0) (e) (4,- 7) (f) (-4, 0)

विस्थापन (Translation)

परिचय

कुनै पनि वस्तु वा आकृतिलाई निश्चित दिशा र दुरीमा सार्नुलाई विस्थापन भनिन्छ । चित्रमा एउटा मानिसले बालुवामा हिँड्दा बनेको पाइतालाको डाम देखाइएको छ । ऊ हिँड्दै गर्दा पाइताला जति सारे पनि पाइतालाको डाम उस्तै र उत्रै छ ।

यसरी समतल सतहमा रहेका वस्तु वा ज्यामितीय आकृतिका हरेक विन्दुलाई उत्तिकै दुरी र उही दिशामा स्थानान्तरण हुनुलाई विस्थापन भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 1

टेबल वा समतल सतहमा एउटा कापी राख्नुहोस् ।

कापीको चारओटै कुनामा थोप्ला दिएर नाम ABCD राख्नुहोस् ।

त्यसपछि कापीलाई घिसारेर अगाडि सार्नुहोस् ।

फेरी कापीको चारओटै कुनामा थोप्ला दिएर नाम $A^1B^1C^1D^1$ राख्नुहोस् ।

अब AA^1, BB^1, CC^1 र DD^1 बिचको सम्बन्ध के होला ?

के कापीको स्थान निश्चित दिशामा परिवर्तन भयो ?

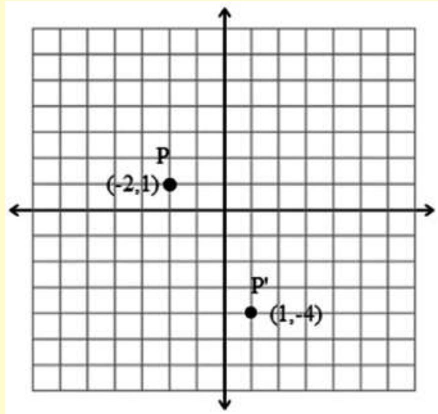
के आकृति र प्रतिविम्ब अनुरूप छन् ? खोजी गरी निष्कर्ष लेख्नुहोस् ।

यहाँ, AA^1, BB^1, CC^1 र DD^1 बिचको दुरी बराबर छ ।

समतल सतहमा रहेका वस्तु वा ज्यामितीय आकृतिका हरेक विन्दुलाई उत्तिकै दुरी र उही दिशामा स्थानान्तरण हुनुलाई विस्थापन भनिन्छ ।

विस्थापनका तथ्य

समतल सतहमा रहेका ज्यामितीय आकृतिलाई विस्थापन गर्दा सो आकृतिका हरेक विन्दु उत्तिकै दुरी र उही दिशामा स्थानान्तरण हुन्छन् ।



विस्थापनका लागि विस्थापनका परिमाण वा नाप र दिशा उल्लेख गर्नुपर्छ ।

विस्थापनमा आकृति र प्रतिविम्ब अनुरूप हुन्छन् ।

कुनै पनि विन्दुलाई विस्थापन गर्दा दिइएको परिमाण र दिशा समानान्तर रेखामा खिच्नुपर्छ ।

क्रियाकलाप 2

(क) भुइँमा राखिएको गलैँचाको टुप्पो एक मिटर आफूतिर तान्दा बाँकी सबै टुप्पा उही दिशा र परिमाणमा स्थानान्तरण होला ?

(ख) एउटा बच्चा चिप्लेटी खेल्दा मिटर तल आयो भने के यो विस्थापन हो ? कारण दिनुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

विन्दु (-2,1) लाई लेखाचित्रमा अङ्कन गर्नुहोस् । उक्त विन्दुलाई 3 एकाइ दायाँ र 5 एकाइ तल सार्दा पुग्ने विन्दु पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

(क) विन्दु (-2,1) लाई 3 एकाइ दायाँ र 5 एकाइ तल सार्दा (1,-4) मा पुग्छ ।

यहाँ, विन्दु (-2,1) लाई विस्थापन गर्दा X को मानमा 3 एकाइ थपिएको 5 र Y को

मानमा -5 एकाइ थपिएका छ । त्यसैले,

$$P(-2\ ,1) \rightarrow P^1\ [-2+3\ ,\ 1+(-5)\ ] = P^1\ (1\ ,\ -4)$$

कुनै निर्देशाङ्कलाई दायाँ बिस्थापन गर्दा +, बायाँ विस्थापन गर्दा –, माथि विस्थापन गर्दा + र तल विस्थापन गर्दा – लेखिन्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. तलका निर्देशाङ्कलाई लेखाचित्रमा अङ्कन गर्नुहोस् । उक्त निर्देशाङ्कलाई 3 एकाइ दायाँ र 6 एकाइ तल सार्दा पुग्ने विन्दु पत्ता लगाउनुहोस् र लेखाचित्रमा प्रस्तुत् गर्नुहोस् :

(a) (4, -5) (b) (0, -2) (c) (-2, -5)

(d) (-9, 0) (e) (4,- 7) (f) (-4, 0)

2. तलका निर्देशाङ्कलाई लेखाचित्रमा अङ्कन गर्नुहोस् । उक्त निर्देशाङ्कलाई 5 एकाइ बायाँ र 4 एकाइ तल सार्दा पुग्ने विन्दु पत्ता लगाउनुहोस् र लेखाचित्रमा प्रस्तुत् गर्नुहोस् :

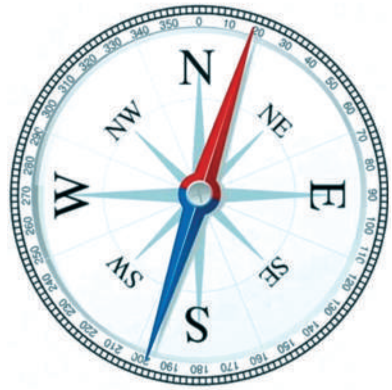
(a) (2, -5) (b) (0, -4) (c) (-2, -3)

(d) (-5, 0) (e) (3,- 2) (f) (-7, 0)

पाठ : 35 दिशा स्थिति (Bearing)

परिचय (Introduction)

हामी कुनै नयाँ ठाउँमा पुग्यौँ तर कुन दिशामा छौँ भन्ने थाहा भएन भने दिशा स्थिति कसरी पत्ता लगाउन सक्छौँ ? तपाईँलाई थाहा छ ?



हो, दिशा स्थिति पत्ता लगाउनका लागि कम्पासको प्रयोग गरिन्छ ।

दिइएको चित्रको अवलोकन गरेर सोधिएका प्रश्नका उत्तर खोजी गर्नुहोस् :

(क) चित्रमा देखाइएको उपकरण के कामका लागि प्रयोग गरिन्छ ?

(ख) उपकरणमा भएका N,S,E,W ले के के जनाउँछ ?

(ग) उपकरणमा कुन दिशालाई आधार मानिएको हुन्छ ?

(घ) उपकरणमा भएका NE,SE,SW,NW ले के के जनाउँछ ?

मथि दिइएको चित्र कम्पासको हो । कुनै पनि ठाउँको सही भौगोलिक दिशा स्थिति पत्ता लगाउनका लागि कम्पासको प्रयोग गरिन्छ । कम्पासले जहिले पनि उत्तर र दक्षिण दिशा देखाउने गर्छ । दिशास्थितिका लागि मुख्य आधार उत्तर र दक्षिण दिशालाई लिईन्छ । उपकरणमा भएका N,S,E,W ले उत्तर, दक्षिण, पूर्व र पश्चिम दिशालाई जनाउँछ । उपकरणमा भएका NE,SE,SW,NW ले उत्तर पूर्व, दक्षिण पूर्व, दक्षिण पश्चिम र उत्तर पश्चिमलाई जनाउँछ ।

N ⇨ उत्तर (North)

S ⇨ दक्षिण (South)

E ⇨ पूर्व (East)

W ⇨ पश्चिम (West)

NE ⇨ उत्तर पूर्व (North East)

SE ⇨ दक्षिण पूर्व (South East)

SW ⇨ दक्षिण पश्चिम (South West)

NW ⇨ उत्तर पश्चिम (North West)

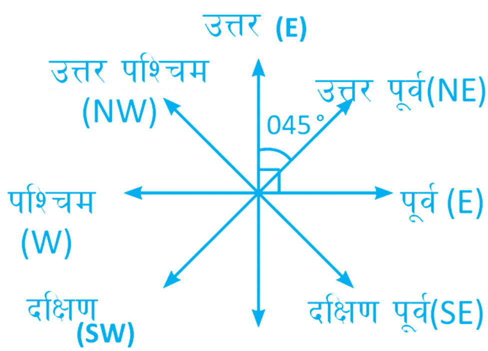
क्रियाकलाप 1

दिइएको नक्शा हेरेर उत्तर, दक्षिण, पूर्व र पश्चिम दिशा कता कता पर्छन् ? पत्ता लगाउनुहोस् :

क्रियाकलाप 2

एउटा कागजको पाना लिनुहोस् ।

चित्रमा देखाइए जस्तै गरी पानालाई पट्याउँदै जानुहोस् ।



फेरि कुनाबाट उक्त कागजलाई दुई पटक पट्याउनुहोस् ।

त्यसपछि पट्याएको भागलाई खोल्नुहोस् ।

चित्रमा देखाए जस्तै गरी पट्याइएका ठाउँमा बनेका रेखाका छेउमा नामाङ्कन गर्नुहोस् ।

चित्रको आधारमा दिइएका प्रश्नको उत्तर खोज्नुहोस् :

(क) चित्रमा कतिओटा दिशा देखाइएको छ ? ती के के हुन् ?

(ख) उत्तर र पूर्व दिशा देखाउने रेखाले कति डिग्रीको कोण बनाएको छ ?

(ग) के उत्तर र पश्चिम, पश्चिम र दक्षिण तथा दक्षिण र पूर्व देखाउने रेखाबिच पनि 90° का कोण बनेका छन् ?

(घ) उत्तर र उत्तर पूर्व दिशा देखाउने रेखाले कति डिग्रीको कोण बनाएको छ ?

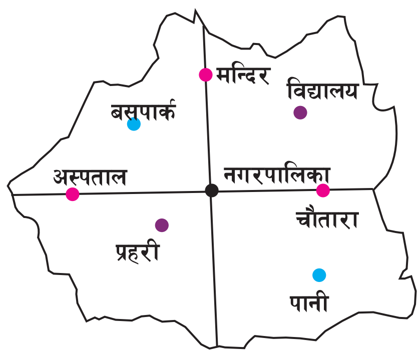
(ङ) के उत्तर र उत्तर पश्चिम, पश्चिम र दक्षिण पश्चिम तथा दक्षिण र दक्षिण पूर्व दिशा देखाउने सबै रेखाले 45° डिग्रीका कोण बनाएका छन् ?

उत्तर र उत्तर पूर्वको दिशास्थितिलाई 045° ले जनाइन्छ । यसै गरी अन्य कोण प्रोटेक्टरले नापेर पत्ता लगाउनुहोस् ।

कुनै एउटा स्थानमा उत्तर दिशा जनाउने रेखालाई आधार मानेर घडीको सुईको दिशामा कुनै दुई स्थान बिचको दुरीलाई तीन अङ्कमा कोणको रूपमा प्रस्तुत गर्ने तरिकालाई दिशा स्थिति भनिन्छ ।

नक्सा पढाइ (Map Reading)

सँगैको चित्रमा भानु नगरपालिकाका केही स्थान देखाइएको छ । नगरपालिका भवनलाई केन्द्र मानी निम्नलिखित स्थानको दिशास्थिति कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ ? हेरौँ है :



(क) विद्यालय (ख) मन्दिर

(ग) बसपार्क (घ) प्रहरी कार्यालय

(ङ) अस्पताल (च) पानी ट्याङ्की

दुईओटा डटेड रेखा बिचको कोण 90° छ कि छैन नापेर हेर्नुहोस् । छ भने डटेड रेखा काटिएको विन्दुको नाम O दिनुहोस् । N, E, S, W नाम दिनुहोस् ।

उत्तर दिशा लाई N र विद्यालयलाई A नाम दिनुहोस् ।

(क) विद्यालय

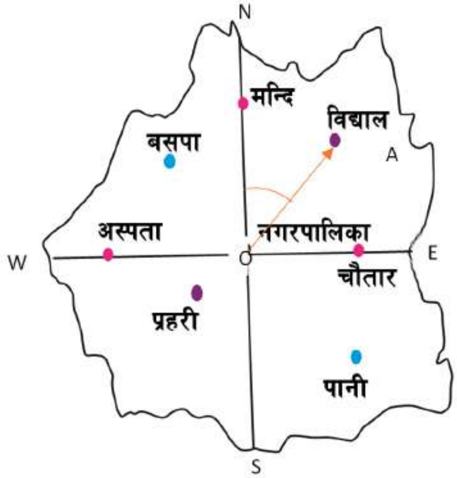
विद्यालयको दिशा = NE

विद्यालयको दिशा स्थिति पत्ता लगाउन ON लाई आधार मानेर ∠ NOA लाई प्रोट्याक्टरले नाप्नुहोस् ।

यदि ∠ NOA = 45° भयो भने

विद्यालयको दिशा स्थिति = 045°

अतः विद्यालयको दिशा स्थिति = 045°



अब, विद्यालयको दिशा स्थिति पत्ता लगाए जस्तै गरी ख, ग, घ, ङ र च पनि गर्नुहोस् ।

- प्रत्येकका लागि छुट्टा छुट्टै चित्र बनाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 1

दिइएको चित्रमा नेपालको नक्सा देखाइएको छ । पोखरालाई आधार मानेर तल दिइएका स्थानका दिशास्थिति पत्ता लगाउनुहोस् ।

(क) काठमाडौँ (ख) धनगढी

(ग) विराटनगर (घ) चितवन

(ङ) सुर्खेत (च) ताप्लेजुङ

एकाइ 6

तथ्याङ्कशास्त्र (Statistics)

पाठ : 36 बारम्बारता तालिका (Frequency Table)

परिचय (Introduction)

शिक्षकले अनौपचारिक शिक्षा तेस्रो तहमा अध्ययनरत विद्यार्थीहरूलाई "कुन रङ बढी मन पराउनुहुन्छ ?" भनी सोध्नुभयो । उहाँहरूका जवाफबाट प्राप्त जानकारी यस प्रकार रहेछ :

रातो	हरियो	निलो	हरियो	पहेँलो	सेतो
रातो	पहेँलो	रातो	हरियो	सेतो	निलो
रातो	सेतो	सिमी	सेतो	रातो	पहेँलो
हरियो	निलो	पहेँलो	सेतो	निलो	रातो
पहेँलो	रातो	हरियो	हरियो	निलो	पहेँलो

उहाँहरूका जवाफबाट प्राप्त जानकारीलाई शिक्षकले तालिकामा निम्नअनुसार प्रस्तुत गर्नुभयो ।

क्र.सं.	रङको नाम	बारम्बारता (Frequency)	मिलान चिह्न (Tally bar)
1.	रातो	7	$\cancel{||||}$ ||
2.	हरियो	6	$\cancel{||||}$ |
3.	निलो	5	$\cancel{||||}$
4.	पहेँलो	6	$\cancel{||||}$ |
5.	सेतो	5	$\cancel{||||}$

माथिको तालिकालाई कस्तो तालिका भनिन्छ ?

प्रत्येक वस्तुका सङ्ख्यालाई जनाउन धर्काको प्रयोग गरीएको छ । कुन सङ्ख्यालाई जनाउन कतिओटा धर्का बनाउने भन्ने बारेमा केही नियम छ कि ? तालिकाको अवलोकन गरी अनुमान गर्नुहोस् त ।

माथिको तालिकामा तथ्याङ्कको सङ्ख्यालाई जनाउन धर्काको प्रयोग गरीएको छ । उक्त धर्कालाई मिलान चिह्न भनिन्छ । कति जना विद्यार्थीले कुन रङ मन पराएका छन् भनी जनाउने सङ्ख्यालाई बारम्बारता भनिन्छ । यसरी निश्चित नियमअनुसार तथ्याङ्कको बारम्बारतालाई मिलान चिह्नसहित प्रस्तुत गरिन्छ भने उक्त तालिकालाई बारम्बारता तालिका भनिन्छ । त्यसैले, माााथको तालिका बारम्बारता तालिका हो ।

धर्का बनाउने नियम थाहा पाउनुभयो त ? दिइएको तालिका हेरौँ है :

बारम्बारता (Frequency)	**मिलान चिह्न (Tally bar)**
1	|
2	||
3	|||
5	~~||||~~
6	~~||||~~ |

हो, 1 लाई जनाउन एउटा ठाडो धर्को, 2 लाई जनाउन दुईओटा ठाडा धर्का, 3 लाई जनाउन तीनओटा ठाडा धर्का, 4 लाई जनाउन चारओटा ठाडा धर्का, 5 लाई जनाउन चारओटा ठाडा धर्कालाई एउटा छड्के धर्काले काट्नुपर्छ । यस्तै गरी 6 लाई जनाउन चारओटा ठाडा धर्कालाई एउटा छड्के धर्काले काट्नुपर्छ र अर्को एउटा ठाडो धर्का पनि बनाउनुपर्छ ।

यसरी तालिकामा प्रस्तुत गर्दा अध्ययन गर्न तथा जानकारी लिन सजिलो हुन्छ ।

कुनै विषय वस्तुको सङ्कलित जानकारीलाई आँकडा वा तथ्याङ्क (Data) भनिन्छ । कुनै विषय वस्तुको सुरुको सङ्कलित अव्यवस्थित तथ्याङ्कलाई कच्चा तथ्याङ्क (Raw data) भनिन्छ ।

दिइएको कच्चा तथ्याङ्कबाट एकै किसिमका विशेषता भएका वस्तुको योगफल राखी तयार गरिएको तालिकालाई बारम्बारता तालिका (Frequency Table) भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 1

अनौपचारिक शिक्षा तेस्रो तहका विद्यार्थीलाई कुन फलफूल बढी मन पराउनुहुन्छ भनी सोधिएको प्रश्नबाट प्राप्त तथ्याङ्कलाई तल तालिकामा देखाइएको छ । यसलाई बारम्बारता तालिकामा देखाउनुहोस् :

फलफूल	आँप	स्याउ	सुन्तला	केरा	अङ्गुर
सङ्ख्या	10	5	7	9	3

क्र.सं.	फलफूलको नाम	मिलान चिह्न (Tally bar)	बारम्बारता (Frequency)
1.	आँप	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}$ $\cancel{\vert\vert\vert\vert}$	10
2.	स्याउ	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}$	5
3.	सुन्तला	?	?
4.	केरा	?	?
5.	अङ्गुर	?	?

(क) माथिको जानकारीका आधारमा पूरा तालिका भर्नुहोस् ।

(ख) सबैभन्दा धेरै जनालाई मन पर्ने फलफूल कुन हो ?

(ग) सबैभन्दा कम मन पर्ने फलफूल कुन हो ?

(घ) कति जनाले अङ्गुर मन पराएका छन् ?

(ङ) सो कक्षामा जम्मा कति विद्यार्थी रहेछन् ?

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. आस्था महिला विद्यालयको आधारभूत शिक्षा तेस्रो तहका विद्यार्थीलाई कुन तरकारी बढी मन पराउँछन् भनी सोधिएको प्रश्नमा उहाँहरूको प्रतिक्रिया यसप्रकार पाइयो :

बोडी	सिमी	घिरौँला	काउली	घिरौँला	बोडी
काउली	काउली	सिमी	काउली	सिमी	फर्सि
घिरौँला	फर्सी	सिमी	फर्सि	काउली	घिरौँला
फर्सी	बोडी	फर्सी	बन्दा	काउली	सिमी
घिरौँला	बन्दा	सिमी	बोडी	काउली	बन्दा

(क) यस तथ्याङ्कलाई मिलान चिह्न प्रयोग गरी बारम्बारता तालिकामा देखाउनुहोस्।

(ख) सबैभन्दा धेरै जनालाई मनपर्ने तरकारी कुन हो ?

(ग) सबैभन्दा कम मन पर्ने तरकारी कुन हो ?

(घ) कति जनाले फर्सी मन पराएका छन् ?

(ङ) सो कक्षामा जम्मा विद्यार्थी कति रहेछन् ?

2. अनौपचातिक शिक्षा तेस्रो तहका विद्यार्थीको उचाइ (से.मि.) तल दिइएअनुसार छ :

123	122	121	120	124	120	122	121
120	123	120	122	124	123	121	124
120	124	122	121	123	122	123	123
122	121	120	124	120	121	123	122

(क) यस तथ्याङ्कलाई मिलान चिह्न प्रयोग गरी बारम्बारता तालिकामा देखाउनुहोस्।

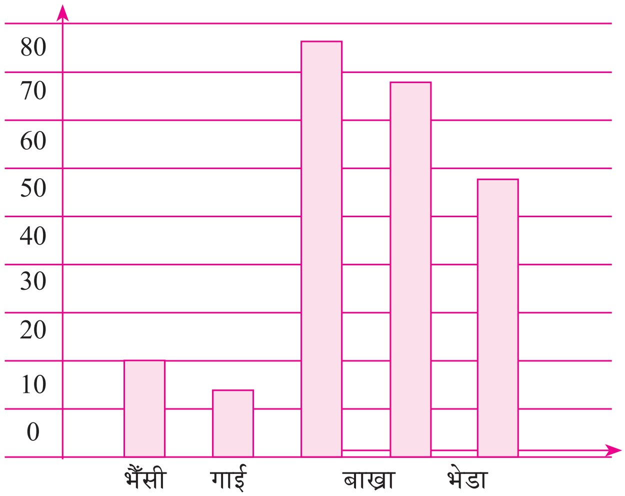
(ख) सबैभन्दा धेरै उचाइ भइका विद्यार्थीको सङ्ख्या कति छ ?

(ग) सबैभन्दा थोरै उचाइ भइका विद्यार्थीको सङ्ख्या कति छ ?

(घ) जम्मा विद्यार्थीको सङ्ख्या कति छ ?

पाठ : 37 साधारण स्तम्भ चित्र (Simple Bar Graph)

एउटा पशु फर्ममा भएका पशुको विवरणलाई तल चित्रमा देखाइएको छ । उक्त चित्रको अध्ययन गरी सोधिएका प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :



(क) सबैभन्दा धेरै कुन जनावर रहेछ ?

(ख) सबैभन्दा थोरै कुन जनावर रहेछ ?

(ग) के यो चित्रलाई तालिकामा देखाउन सकिन्छ ? कसरी ?

(घ) जम्मा जनावरहरूको सङ्ख्या कति रहेछ ?

(ङ) माथिको चित्रलाई के भनिन्छ ?

प्रत्येक जनावरहरूको सङ्ख्या पत्ता लगाउन चित्रमा ठाडो सङ्ख्या रेखामा हेर्नुपर्छ । यहाँ भेडाको सङ्ख्या सबैभन्दा धेरै 80 र गाईको सङ्ख्या सबैभन्दा थोरै 20 देखिन्छ । चित्रको उचाइमा रहेको सङ्ख्याबाट जनावरहरूको सङ्ख्याको तुलना गर्न सकिन्छ । यो चित्रलाई तालिकामा निम्नअनुसार देखाउन सकिन्छ :

जनावर	भैंसी	गाई	बाख्रा	भेडा	बुङ्गुर
जनावरको सङ्ख्या	30	20	80	70	50

जम्मा जनावरको सङ्ख्या पत्ता लगाउन भैंसी, गाई, बाख्रा, भेडा र बङ्गुरको सङ्ख्यालाई जोड्नुपर्छ । माथिको चित्रलाई स्तम्भ चित्र भनिन्छ । साधारण स्तम्भ चित्रलाई तुलना गरी एकै झलकमा प्रस्ट देख्न सकिन्छ ।।

सङ्कलित तथ्याङ्कको जानकारीहरूलाई स्तम्भको रूपमा देखाउने चित्रलाई साधारण स्तम्भ चित्र भनिन्छ ।

साधारण स्तम्भ चित्रको निर्माण

अध्ययन गरौँ :

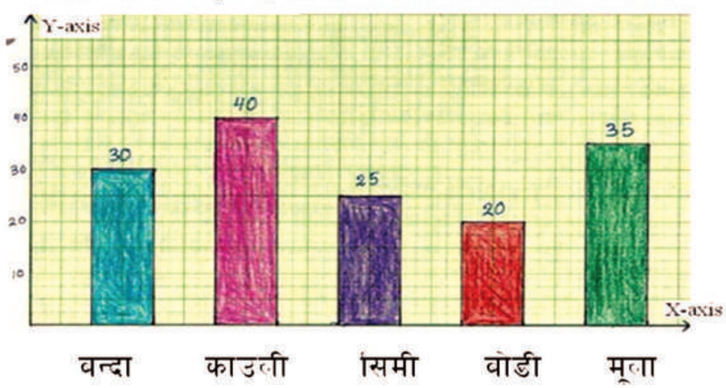
आशा माया महिला विद्यालयमा तेस्रो तहमा अध्ययन गर्ने विद्यार्थी हुन् । उनी व्यावसायिक रूपमा तरकारी खेति गर्छिन् । उक्त व्यवसायबाट उनले राम्रै आम्दानी गर्छिन् । कक्षामा शिक्षकले उनलाई तपाईँले यो एक हप्तामा कुन कुन तरकारी कति कति बेच्नुभयो ? भनी सोध्नुभयो । उनको जवाफबाट प्राप्त जानकारीलाई शिक्षकले तालिकामा निम्नअनुसार प्रस्तुत गर्नुभयो ।

आशा मायाले एक हप्तामा बेचेकी तरकारीको विवरण

तरकारी	बन्दा	काउली	सिमी	बोडी	मुला
तौल (किलोग्राममा)	30	40	25	20	35

एउटै गुण भएका वस्तुलाई सजिलै बुझ्न र तुलना गर्नका लागि स्तम्भ चित्र (बारग्राफ) धेरै उपयोगी हुन्छ । यसबाट धेरै जानकारी सहजै थाहा पाउन र बुझ्न सकिन्छ । त्यसैले शिक्षकले बारग्राफ बनाउनुभयो । वर्गाङ्कित कागजमा ठाडो रेखामा 10, 20, 30, 40 गर्दै 50 सम्म लेख्नुभयो । जुन सङ्ख्याले तरकारीको तौल बुझाउँछ । तेर्सो रेखामा तरकारीहरूको नाम लेख्नुभयो । सबै बारको चौडाइ बराबर बनाउनुभयो । प्रत्येक बारबिचको दुरी पनि बराबर राख्नुभयो ।

आशा मायाले एक हप्तामा बेचेकी तरकारीको विवरण



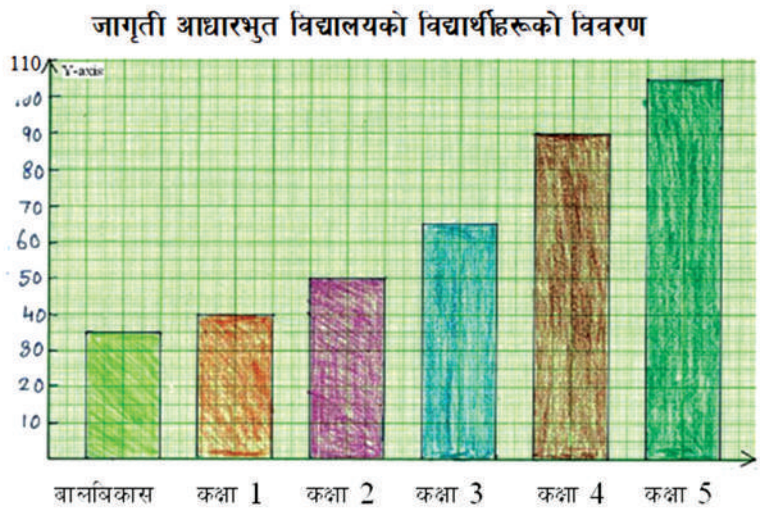
वर्गाङ्कित कागजमा स्तम्भको चौडाइ र दुईओटा बारको बिचको दुरी बराबर राखी बनाइने आयताकार चित्रलाई नै बारग्राफ भनिन्छ ।

तलको तालिकामा जागृति आधारभूत विद्यालयको बालविकासदेखि कक्षा 5 सम्मका विद्यार्थीको सङ्ख्या दिइएको छ । यसलाई साधारण स्तम्भ चित्रमा देखाउनुहोस् :

कक्षा	बालविकास	कक्षा 1	कक्षा 2	कक्षा 3	कक्षा 4	कक्षा 5
विद्यार्थी सङ्ख्या	35	40	50	65	90	105

- सर्वप्रथम वर्गाङ्कित कागजमा X- अक्ष र Y- अक्ष बनाउनुहोस् ।
- बारग्राफको तेर्सो रेखामा कक्षाहरूको नाम राख्नुहोस् ।
- ठाडो रेखामा विद्यार्थीको सङ्ख्या राख्नुहोस् ।
- दुई बारबिचको दुरी बराबर बनाउनुहोस् ।
- सबै बारको चौडाइ बराबर बनाउनुहोस् ।
- अब, स्तम्भ चित्रको शीर्षक राख्नुहोस् ।

समाधान



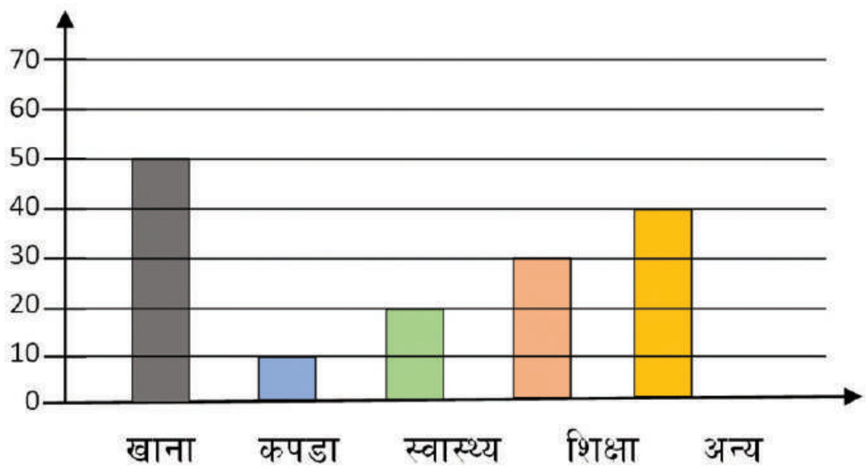
बारग्राफ बनाउँदा ध्यान दिनुपर्ने कुरा

- स्तम्भ चित्र बनाउँदा X- अक्ष र Y- अक्ष स्पष्ट कोरिएको हुनुपर्छ ।
- प्रत्येक स्तम्भ चित्रको शीर्षक दिएको हुनुपर्छ ।
- बारग्राफको तेर्सो रेखामा वस्तुको नाम राख्नुपर्छ ।
- बारग्राफको ठाडो रेखामा वस्तुको सङ्ख्या राख्नुपर्छ ।
- दुई बारबिचको दुरी बराबर बनाउनुपर्छ ।
- सबै बारहरूका चौडाइ बराबर हुनुपर्छ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. प्रवीणको परिवारको वार्षिक खर्चलाई (रु. हजारमा) तलको साधारण स्तम्भ चित्रमा देखाइएको छ । उक्त साधारण स्तम्भ चित्रको अवलोकन गरी निम्नलिखित प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :

प्रवीणको परिवारको वार्षिक खर्चको विवरण



(क) प्रवीणको परिवारको सबैभन्दा धेरै वार्षिक खर्च कुन शीर्षकमा छ ?

(ख) शिक्षामा वार्षिक खर्च कति रहेछ ?

(ग) उक्त परिवारको वार्षिक कुल खर्च कति छ ?

(घ) उक्त परिवारको वार्षिक कति प्रतिशत खानामा खर्च हुँदो रहेछ ?

(ङ) माथि दिएको साधारण स्तम्भ चित्रलाई बारम्बारता तालिकामा परिवर्तन गर्नुहोस् ।

2. आधारभूत शिक्षा तेस्रो तहका विद्यार्थीलाई कुन रङ बढी मन पराउनुहुन्छ भनी सोधिएको प्रश्नबाट प्राप्त उत्तरलाई तल तालिकामा देखाइएको छ । यसलाई साधारण स्तम्भ चित्रमा देखाउनुहोस् :

रङ	रातो	हरियो	निलो	पहेँलो	सेतो
सङ्ख्या	25	35	20	15	10

3. अनौपचारिक शिक्षा तेस्रो तहका 33 जना विद्यार्थीलाई तपाईँको परिवारमा कति जना सदस्य सङ्ख्या हुनुहुन्छ भनी सोधिएको प्रश्नमा निम्नलिखित आँकडा प्राप्त भयो :

3	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5
5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	4	5	6	7	4	5	6	3

(क) उक्त तथ्याङ्कलाई मिलान चिह्न प्रयोग गरी बारम्बारता तालिकामा देखाउनुहोस् ।

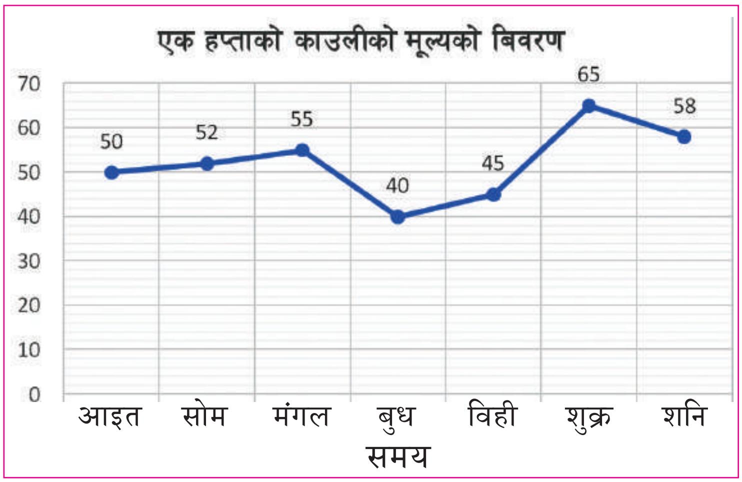
(ख) उक्त तथ्याङ्कको साधारण स्तम्भ चित्र पनि बनाउनुहोस् ।

पाठ : 38 रेखाचित्र (Line Graph)

कुनै एउटा समय अन्तरालमा दुईचलहरूको सम्बन्ध देखाउन रेखाचित्रलाई प्रयोग गर्न सकिन्छ र यसलाई स्तम्भ रेखाचित्रको विकल्पको रूपमा लिन सकिन्छ । यहाँ हामी रेखाचित्रबाट कसरी जानकारी लिन र दिन सकिन्छ भन्ने बारेमा हेरौँ :

क्रियाकलाप 1

काउलीको एक हप्तासम्मको मूल्यको बिवरण तलको रेखा लेखाचित्रमा दिइएको छ ।



रेखाचित्रको आधारमा निम्नलिखित प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :

(क) सबैभन्दा बढी बढी मूल्य कुन बारमा कति रहेछ ?

(ख) कुन दुई बारमा काउलीको मूल्य 50 भन्दा कम रहेछ ?

(ग) X – अक्षले के जनाउँछ ?

(घ) Y – अक्षले के जनाउँछ ?

(ङ) प्रस्तुत रेखाचित्रका आधारमा बार र मूल्य सूचीलाई तालिकामा देखाउनुहोस् ।

समाधान

(क) सबभन्दा बढी मूल्य शुक्रबार रहेछ । = 65

(ख) बुधबार र बिहीबार 50 भन्दा कम मूल्य रहेछ । ? = 40 र 40 प्रति के.जी.

(ङ)

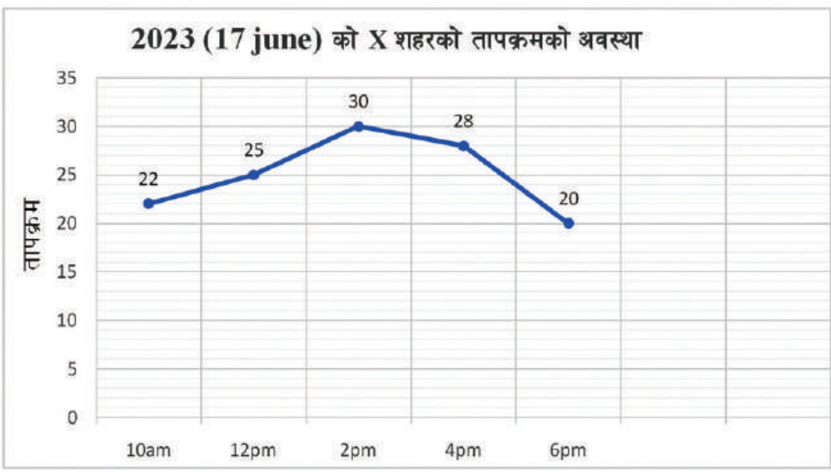
	आइतबार	सोमबार	मङ्गलबार	बुधबार	बिहिबार	शुक्रबार	शनिबार
मूल्य रु. प्रति के.जी.	50	52	55	40	45	65	58

दिइएका चर मूल्य र त्यसको बारम्बारतालाई ग्राफमा अङ्कित गरी क्रमशः सिधा रेखाले जोड्दा बन्ने चित्रलाई रेखाचित्र (Line Graph) भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

तलको रेखाचित्रमा कुनै एउटा सहरको एकदिनको तापक्रमको अवस्था देखाइएको छ । यसका आधारमा निम्नलिखित प्रश्नको उत्तर खोज्नुहोस् :

(क) सबैभन्दा कम तापक्रम कुन समयमा रहेछ ? लेख्नुहोस् :



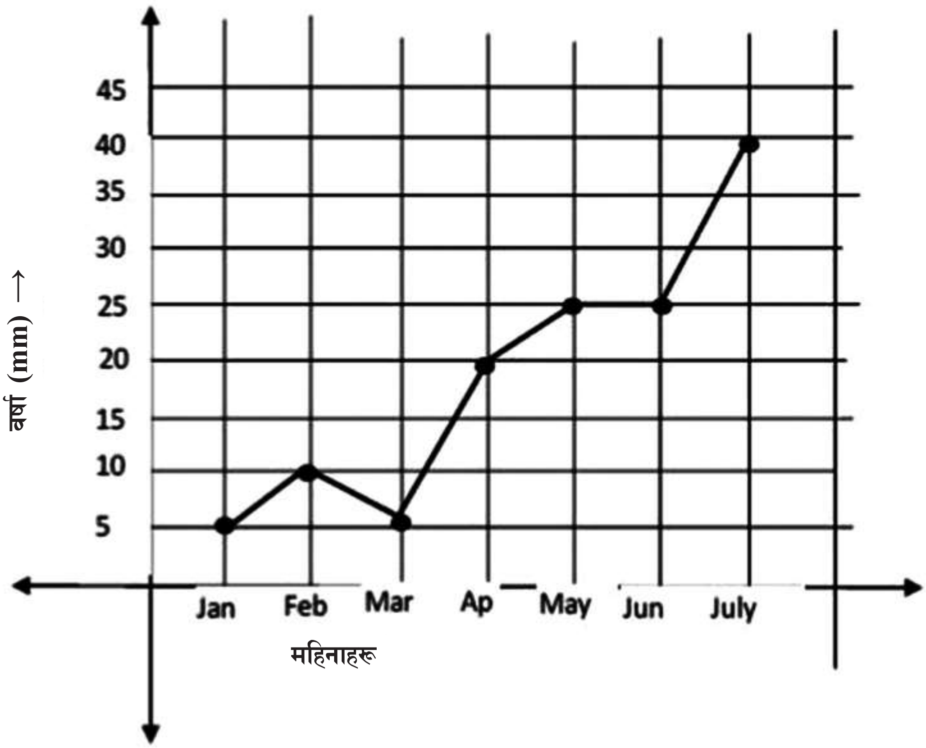
(ख) सबैभन्दा बढी तापक्रम कुन समयमा रहेछ ? लेख्नुहोस् ।

(ग) प्रस्तुत रेखाचित्रलाई तालिकामा देखाउनुहोस् :

समय	10am	12am	2pm	4pm	6pm
तापक्रम. °C	22°C	25°C	30°C	28°C	20°C

अभ्यासका लागि प्रश्न

1. दिइएको रेखाचित्रमा एउटा सहरको वर्षा विवरण देखाइएको छ । यसको अध्ययन गरी तलका प्रश्नको उत्तर लेख्नुहोस् :



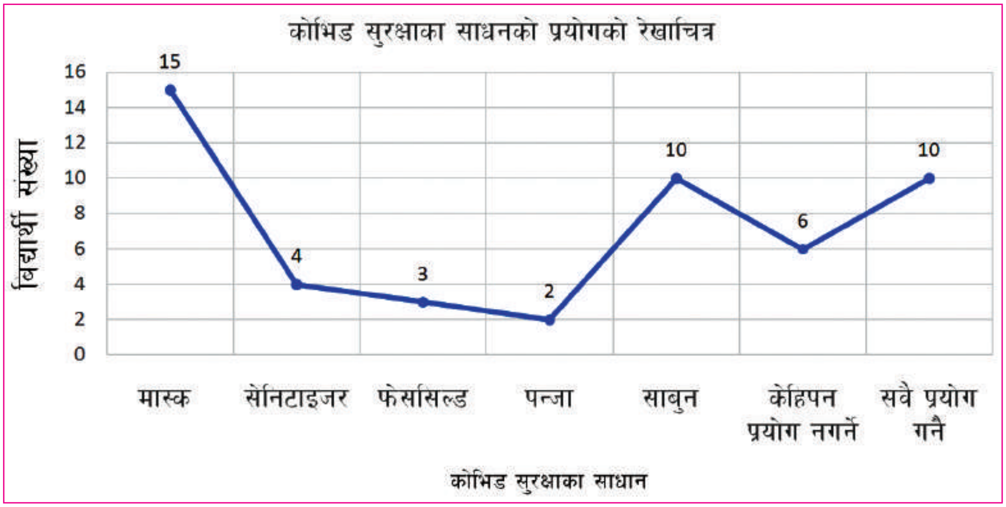
(क) सबैभन्दा कम वर्षा कुन महिनामा कति भएको थियो ?

(ख) सबैभन्दा बढी वर्षा कुन महिनामा कति भएको थियो ?

(ग) वर्षाको विस्तार पत्ता लगाउनुहोस् ।

(घ) रेखाचित्रलाई बारम्बारता तालिकामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

2. तलको रेखाचित्रमा कक्षा 6 का विद्यार्थीहरूले Covid का सुरक्षाका लागि के कस्ता साधन प्रयोग गरेका रहेछन देखाएइको छ । रेखाचित्रको अध्ययन गरी सोधिएका प्रश्नको उत्तर लेख्नुहोस् :



(क) सबैभन्दा कम कुन साधनको प्रयोग गरेका रहेछन् ? लेख्नुहोस् ।

(ख) सबैभन्दा बढी कुन साधनको प्रयोग गरेका रहेछन् ? लेख्नुहोस् ।

(ग) कुन कुन दुई साधन बराबर प्रयोग गरेका रहेछन् ? लेख्नुहोस् ।

(घ) प्रस्तुत रेखाचित्रको आधारमा कोभिड सुरक्षाका साधन र विद्यार्थी सङ्ख्यालाई तालिकामा देखाउनुहोस् :

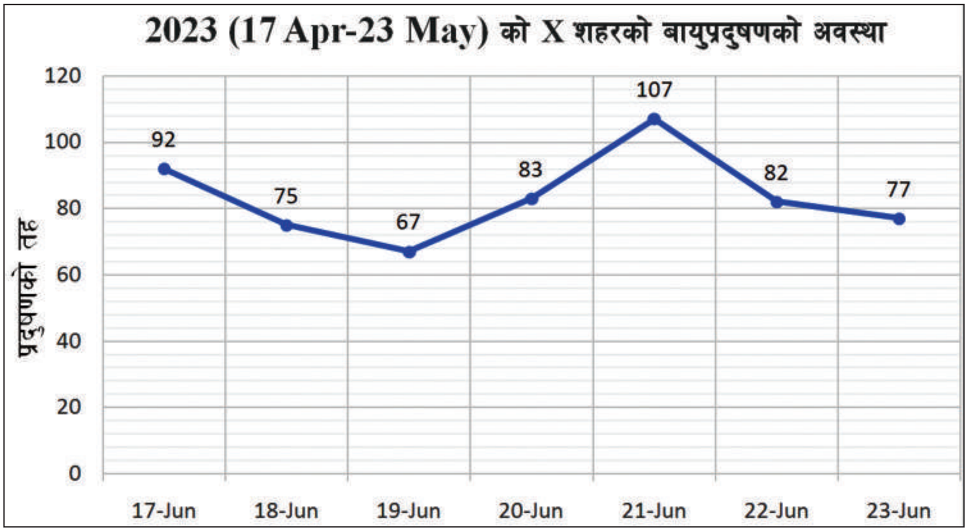
साधन	मास्क	सेनिटाइजर	फेससिल्ड	पन्जा	सावुन	केही पनि नगर्ने	सबै प्रयोग गर्ने
वि.सं	15	4					

3. तलको रेखाचित्रमा कुनै एउटा सहरको एकहप्तासम्मको वायु गुणस्तरको अवस्था देखाइएको छ । यसका आधारमा निम्नलिखित प्रश्नको उत्तर लेख्नुहोस् :

(क) प्रत्येक दिनको वायु प्रदूषणको तह लेख्नुहोस् ।

(ख) सबैभन्दा बढी र सबैभन्दा कम प्रदूषण कुन दिनमा रहेछ ? लेख्नुहोस् ।

(ग) सबैभन्दा बढी स्वस्थकर र अस्वस्थकर दिन लेख्नुहोस् ।



परियोजना कार्य :

रेडियो, टेलिभिजन वा पत्रपत्रिकालगायतका अन्य विभिन्न माध्यमबाट एक हप्तासम्मको तापक्रमको टिपोट गर्नुहोस् । त्यसलाई रेखाचित्रमा देखाई सम्पर्क कक्षमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

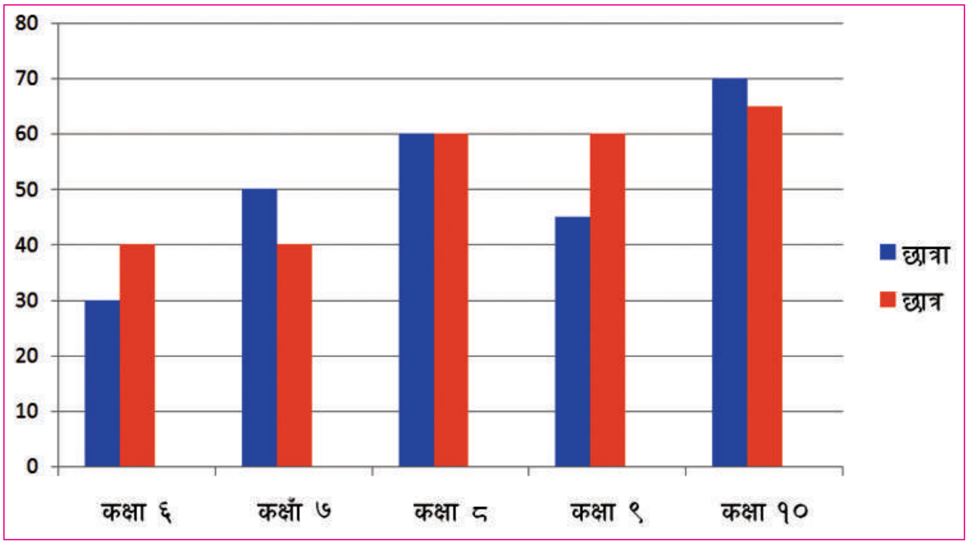
पाठ : 39 बहुस्तम्भ चित्र (Multiple Bar Graph)

एकभन्दा बढी आपसमा सम्बन्धित सूचना तथा तथ्याङ्कलाई प्रस्तुत गरिएको स्तम्भ चित्रलाई बहुस्तम्भ चित्र (Multiple Bar Diagram) भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 1

प्रेरणा माध्यमिक विद्यालयका कक्षा 6 देखि 10 सम्मका विद्यार्थीको छात्र र छात्रा सङ्ख्यालाई तलको स्तम्भ चित्रमा प्रस्तुत गरिएको छ । उक्त स्तम्भ चित्रको अध्ययन गरी सोधिएका प्रश्नको उत्तर खोज्नुहोस् :

प्रेरणा माध्यमिक विद्यालयको कक्षा ६ देखि १० सम्मका विद्यार्थी सङ्ख्या विवरण



(क) सबैभन्दा बढी र सबैभन्दा कम विद्यार्थी कुन कुन कक्षामा रहेछन् ?

(ख) कुन कुन कक्षामा छात्रभन्दा छात्रा बढी रहेछन् ?

(ग) कुन कुन कक्षामा छात्राभन्दा छात्र बढी रहेछन् ?

(घ) कुन कुन कक्षामा छात्र र छात्रा बराबर रहेछन् ?

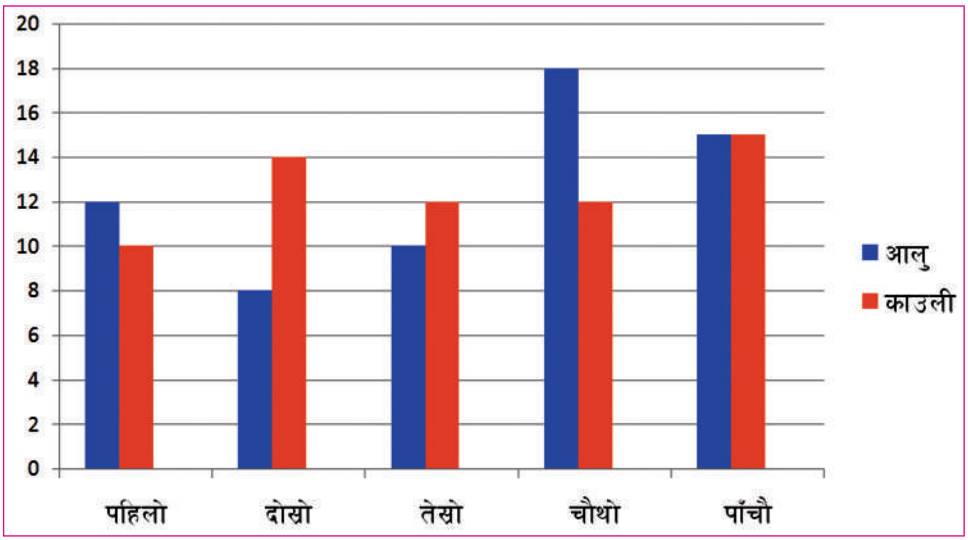
(ङ) यो कस्तो स्तम्भ चित्र हो ?

एकभन्दा बढी आपसमा सम्बन्धित सूचना तथा तथ्याङ्कलाई प्रस्तुत गरिएको स्तम्भ चित्रलाई बहुस्तम्भ चित्र (Multiple Bar Diagram) भनिन्छ ।

- बहुस्तम्भ चित्रको निर्माण गर्दा साधारण स्तम्भ चित्रमा जस्तै प्रत्येक स्तम्भको चौडाइ बराबर हुनुपर्छ ।
- बहुस्तम्भ चित्रको उचाइले सङ्ख्या जनाउँछ ।

अभ्यासका लागि प्रश्न

एउटा तरकारी पसलमा चार हप्तामा बिक्री भएको आलु र काउलीको विवरण निम्नलिखित बहुस्तम्भ चित्रमा देखाइएको छ । उक्त बहुस्तम्भ चित्रका आधारमा तलका प्रश्नको उत्तर लेख्नुहोस् :



(क) पहिलो हप्तामा कति किलोग्राम आलु बिक्री भएको रहेछ ?

(ख) कुन हप्तामा आलु र काउली बराबर परिमाणमा बिक्री भएको रहेछ ?

(ग) सबभन्दा बढी कुन हप्तामा काउली बिक्री भएको रहेछ ?

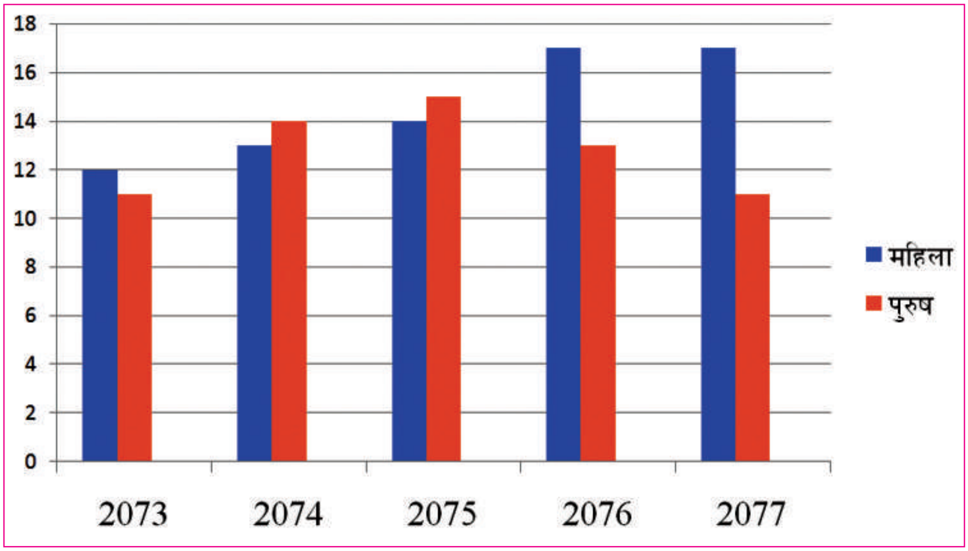
(घ) सबभन्दा कम आलु कुन हप्तामा बिक्री भएको रहेछ ?

(ङ) चौथो हप्तामा कति कति आलु र काउली बिक्री भएको रहेछ ?

(च) दोस्रो हप्ताका तुलनामा तेस्रो हप्ता काउली कति प्रतिशत बढी बिक्री भएको रहेछ ?

(छ) बिक्रीदर धेरै घटबढ भएको तरकारी कुन हो ?

3. कुनै गाउँको महिला र पुरुषको पाँच वर्षको जनसङ्ख्या निम्नानुसार रहेको छ :



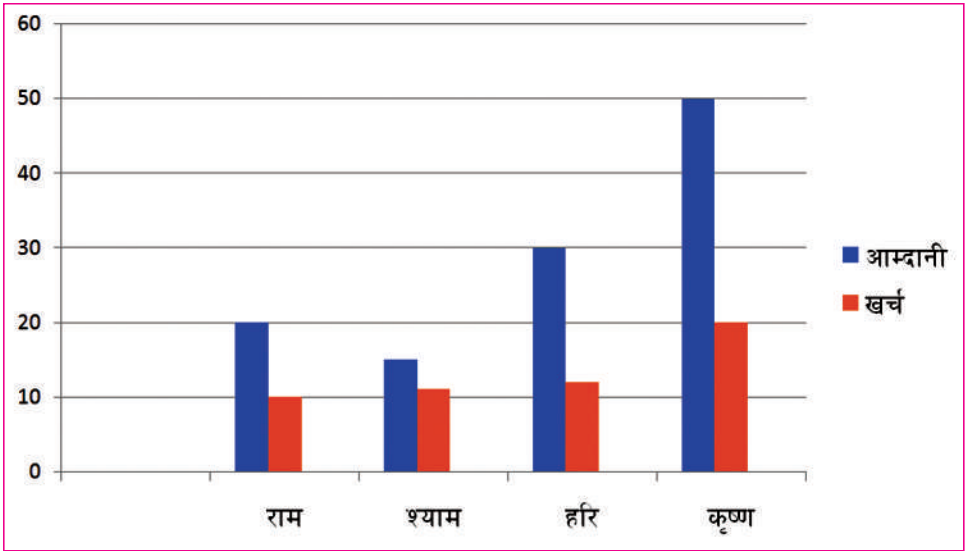
यस तथ्याङ्कका आधारमा निम्नानुसार प्रश्नको जवाफ लेख्नुहोस् :

(क) महिलाको भन्दा पुरुषको सङ्ख्या बढी भएको साल उल्लेख गर्नुहोस् ।

(ख) पाँच वर्षमा महिलाको जनसङ्ख्या पुरुषको भन्दा कति प्रतिशतले बढी रहेछ ?

(ग) कुन कुन वर्षमा महिला र पुरुषको सङ्ख्या बराबर रहेछ ?

4. चार जना विद्यार्थीको घरको मासिक आम्दानी र खर्चको तथ्याङ्कलाई बहुस्तम्भ चित्रमा प्रस्तुत गरिएको छ । चित्रको आधारमा दिइएको प्रश्नको उत्तर लेख्नुहोस् :



(क) सबैभन्दा बढी कसले खर्च गरेका रहेछन् ?

(ख) सबैभन्दा बढी कसको आम्दानी रहेछ ?

(ग) सबैभन्दा धेरै बचत कसले गर्न सक्छन् ?

गणित तह -३, (कक्षा ६-८) भाग एक सिकाइ सामग्री

नेपाल सरकार
शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय
शिक्षा तथा मानव स्रोत विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर